MATHEMATIQUES - 2$^{\text{nde}}$ Année Scolaire 2023-2024

Evaluation comune n°1 Lundi 29 janvier 2024

Indications : Durée 2 heures - calculatrice autorisée

Compétences évaluées : S'approprier - représenter - raisonner - calculer - communiquer

Exercice 1 *(5 points)*

On considère l'ensemble des points M d'abscisses x et l'ensemble des points N d'abscisses y telles que $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.
Les abscisses x vérifient l'inéquation $\left|x+\frac{1}{7}\right| > 7$.
Les abscisses y vérifient l'inéquation $-1 \leqslant y < 7$.

1. *(1 point)* **Ecrire** l'ensemble des abscisses y des points N sous forme d'un intervalle que l'on appellera J.

2. *(2 points)* **Montrer** que les abscisses x des points M appartiennent à l'intervalle :

$$I = \left]-\infty; \frac{-50}{7}\right[\cup \left]\frac{48}{7}; +\infty\right[$$

3. *(2 points)* **Déterminer** $I \cap J$.

Exercice 2 *(4 points)*

Sur une plage de Bretagne, les services d'entretien des bords de mer ont ramassé le 1er mars 2021, 700 kg de sargasses (algues toxiques).
Ils estiment que la masse de sargasses augmente chaque semaine de 4%.
Les autorités décident de fermer la plage lorsque la masse de sargasses aura dépassé la tonne.
On propose le script d'une fonction écrit en langage Python :

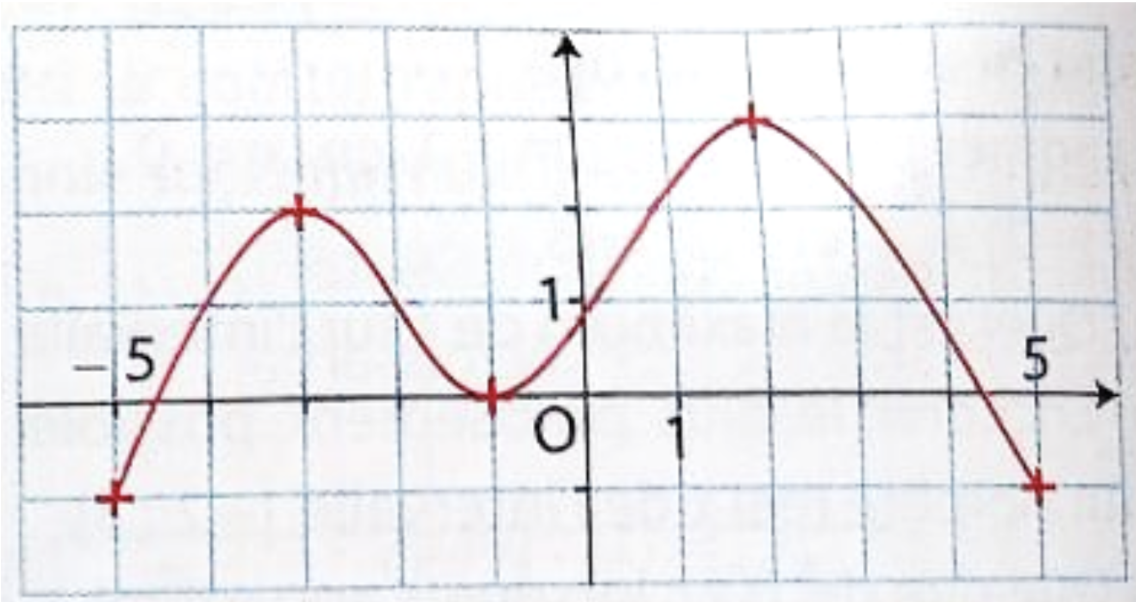
```python
def sargasse():
   masse=700
   n=0
   while ... :
     masse= ...
     n= ...
   return ...
```

1. *(2 points)* **Recopier** sur la copie et **compléter** la fonction pour qu'elle renvoie le nombre de semaines pour que la plage soit fermée.

2. *(2 points)* **Déterminer** le nombre de semaines qu'il faut attendre pour que la plage soit fermée.

Exercice 3 *(5 points)*

On considère une fonction f définie sur $D_f = [-5;5]$.
On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère. Elle est représentée dans le graphique ci-dessous :



On propose enfin le Q.C.M. suivant :

	Q.C.M. n°1	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	f est croissante sur l'intervalle ...	$[0;5]$	$[0;2]$	$[-4;2]$	$[-1;4,5]$
2	f est décroissante sur l'intervalle ...	$[2,5;3,5]$	$[-4;-1]$	$[-5;-4,5]$	$[-5;0]$
3	f a pour minimum ...	0 sur $[-5;5]$	-5 sur $[-1;3]$	-1 sur $[-4;4]$	0 sur $[-4;0]$
4	f a pour maximum ...	2 sur $[-5;5]$	3 sur $[-5;0]$	2 sur $[-4;5]$	3 sur $[-2;4]$
5	Si $x \in [-5;5]$, alors ...	$f(x) \geqslant f(5)$	$f(x) \geqslant 0$	$f(x) > -1$	$f(x) \leqslant 2$

(5 points) **Répondre** à ce premier QCM concernant la fonction f en recopiant sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse.

Exercice 4 *(5 points)*

On considère une fonctions g définie sur $D_g = [-4;6]$.
On donne le tableau des variations de g sur D_g :

x	-4		-2		0		4		6
Variations de g	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

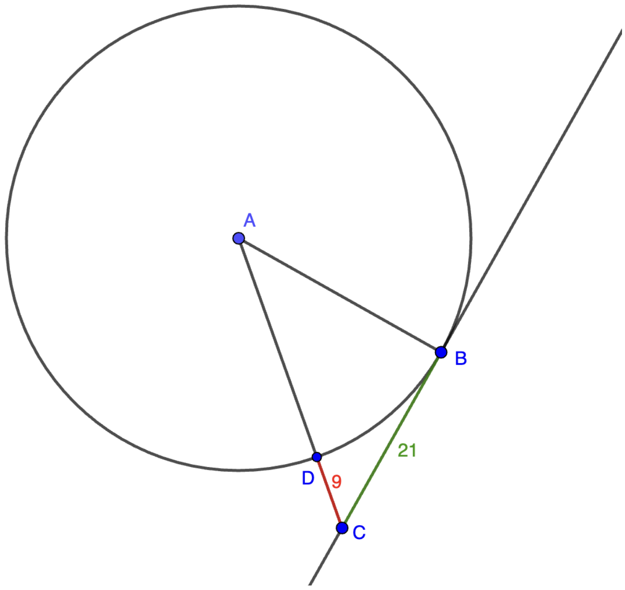
On propose enfin le Q.C.M. suivant :

	Q.C.M. n°2	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
6	g est croissante sur l'intervalle ...	$[-1;4]$	$[0;4]$	$[-3;-1]$	$[-2;0]$
7	Le nombre $g(1)$ vérifie ...	$g(1) < 6$	$g(1) = 6$	$g(1) \geqslant 0$	$g(1) \geqslant -3$
8	Pour tout nombre réel x de $[0;6]$ ...	$g(x) \geqslant -3$	$g(x) \leqslant 3$	$g(x) \geqslant 1$	$g(x) \leqslant 4$
9	Si $x \in [-4;6]$, alors ...	$-1 \leqslant g(x) \leqslant 1$	$g(x) \geqslant g(-3)$	$g(x) \leqslant g(4)$	$g(x) \leqslant g(-2)$
10	Le nombre 0 possède un antécédent dans ...	$[-4;-2]$	$[-2;0]$	$[0;4]$	$[4;6]$

(5 points) **Répondre** à ce deuxième QCM concernant la fonction g en recopiant sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse (ou des lettres des réponses).

Exercice 5 *(3 points)*

On considère un cercle de centre A. La droite (BC) est tangente à ce cercle en B.
D est le point d'intersection de ce cercle et du segment $[AC]$.
On donne $CD = 9$ cm et $BC = 21$ cm.
Un schéma qui résume la situation est le suivant :



(3 points) **Déterminer** le rayon de ce cercle.

Exercice 6 *(7 points)*

On considère les fonctions suivantes f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-5)(5x-3) - (x-5)(2x+3)$ et $g(x) = (2x-3)^2 - (x+2)^2$.

1. *(1 point)* **Développer** puis **réduire** $f(x)$.

2. *(1 point)* **Factoriser** $f(x)$.

3. *(1 point)* **Développer** puis **réduire** $g(x)$.

4. *(1 point)* **Factoriser** $g(x)$.

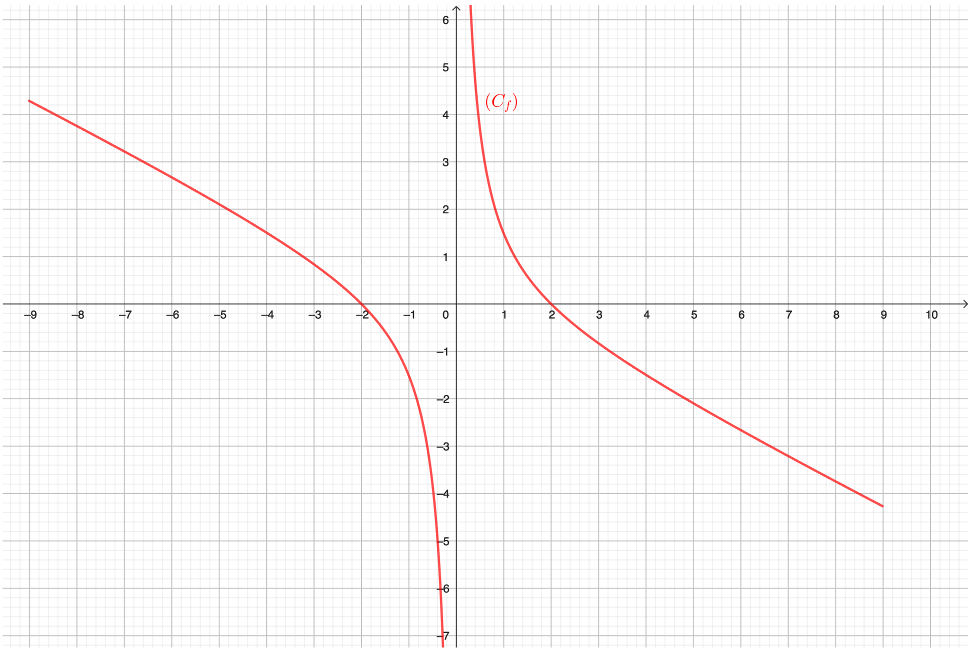
5. *(1 point)* En utilisant la forme la plus appropriée de $f(x)$, **calculer** $f(2)$ et $f(0)$.

6. *(1 point)* En utilisant la forme la plus appropriée de $g(x)$, **calculer** $g\left(2\sqrt{3}\right)$.

7. *(1 point)* En utilisant la forme la plus appropriée de $g(x)$, **résoudre** $g(x) = 0$.

Exercice 7 *(3 points)*

On considère la fonction f définie sur $D_f = [-9;0[\cup]0;9]$ par $f(x) = \dfrac{2}{x} - \dfrac{x}{2}$ dont la courbe représentative notée (C_f) est donnée dans le graphique suivant :



1. *(1 point)* A partir du graphique, **conjecturer** la parité de f sur D_f.

2. *(2 points)* A partir de la formule de f, **étudier** la parité de f sur D_f et **confirmer** la conjecture établie précédemment.

Exercice 8 *(8 points)*

On considère la fonction f définie sur D_f par $f(x) = \dfrac{4}{x+2} - 1$. On note (C_f) sa courbe représentative.

1. *(1 point)* **Donner** l'ensemble de définition D_f de f.

2. *(1 point)* **Montrer** que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f, on a $f(x) = \dfrac{2-x}{x+2}$.

3. *(1 point)* **Calculer** $f(1)$ et $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

4. *(1 point)* **Déterminer** le ou les antécédents de 3.

5. *(2 points)* **Donner** les coordonnées du point d'intersection de sa courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

6. *(2 points)* **Donner** les coordonnées du point d'intersection de sa courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées.