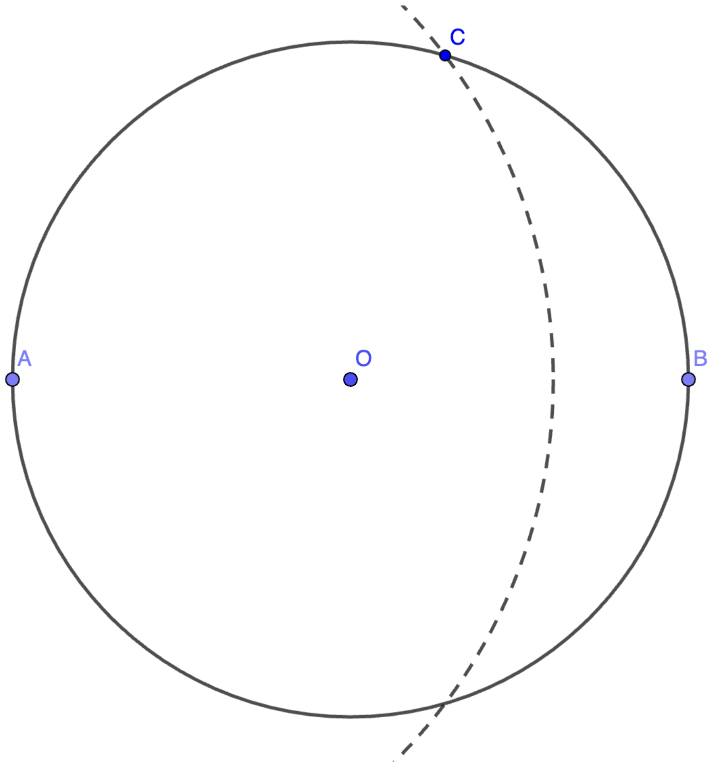
**MATHEMATIQUES - 3ème** | Année Scolaire 2023-2024

Evaluation n°7 - *(Correction)* | Lundi 4 mars 2024

## Exercice 1

**1.** La construction de la figure donne :




**2.** Un triangle formé par le diamètre d'un cercle et un point du cercle est rectangle. Le point $C$ est sur le cercle dont le diamètre est $[AB]$. Par conséquent, le triangle $ABC$ est rectangle.

**3.** Comme le triangle est rectangle en $C$, on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ BC^2 &= AB^2 - AC^2 \\ BC &= \sqrt{AB^2 - AC^2} \\ BC &= \sqrt{(2 \times 5)^2 - 8^2} \\ BC &= 6 \end{aligned}$$

La longueur du segment $[BC]$ est $BC = 6$ cm.

**4.** Le triangle $OBC$ est formé par deux rayons. Le triangle est isocèle.

**5.** On commence par calculer l'angle formé au point $B$. Le triangle $ABC$ étant rectangle en $C$, on peut alors utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned}
\sin\left(\widehat{B}\right) &= \frac{AC}{AB} \\
\widehat{B} &= \arcsin\left(\frac{AC}{AB}\right) \\
\widehat{B} &= \arcsin\left(\frac{8}{2\times 5}\right) \\
\widehat{B} &\simeq 53
\end{aligned}$$

Ainsi, $\widehat{B} \simeq 53°$.

Comme le triangle $OCB$ est isocèle, les angles à la base sont égaux. Par conséquent, $\widehat{C} \simeq 53°$.

Enfin, la somme des trois angles dans le triangle étant de 180°, alors $\widehat{O} = 180 - 2\times 53$, ce qui donne environ $\widehat{O} \simeq 74°$.

**Exercice 2**

**1.** Le triangle $ABC$ étant rectangle en $B$, on peut alors utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned}
\sin\left(\widehat{C}\right) &= \frac{AB}{AC} \\
AC &= \frac{AB}{\sin\left(\widehat{C}\right)} \\
AC &= \frac{5}{\sin(40)} \\
AC &\simeq 7{,}78
\end{aligned}$$

On obtient $AC \simeq 7{,}8$ cm.

**2.** Pour calculer l'angle $\widehat{BAC}$, on a le choix entre la somme des angles ou une fonction trigonométrie. Par simplicité, on utilise la somme des trois angles : $\widehat{BAC} = 180 - 90 - 40$, ce qui donne $\widehat{BAC} = 50°$.

**Exercice 3**

**1.** On utilise la formule donnée dans l'énoncé :

$$\begin{aligned}\beta &= \arcsin\left(\frac{sin(\alpha)}{1,33}\right)\\ \beta &= \arcsin\left(\frac{sin(51)}{1,33}\right)\\ \beta &\simeq 36\end{aligned}$$

On obtient bien $\beta \simeq 36°$.

**2.** Le triangle $FGH$ étant rectangle en $H$, on peut alors utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned}\tan\left(\widehat{\beta}\right) &= \frac{GH}{FH}\\ GH &= FH\tan\left(\widehat{\beta}\right)\\ GH &= 6\tan\left(\widehat{36}\right)\\ GH &\simeq 4,36\end{aligned}$$

On obtient $GH \simeq 4,4$ cm.

**3.** La première méthode consiste à utiliser la somme des trois angles dans un rectangle. On arrive facilement à $\widehat{FGH} = 180 - 90 - 36$, soit $\widehat{FGH} = 54°$.
La deuxième méthode consiste à utiliser la trigonométrie puisque le triangle $FGH$ est rectangle :

$$\begin{aligned}\tan\left(\widehat{FGH}\right) &= \frac{FH}{GH}\\ \widehat{FGH} &= \arctan\left(\frac{FH}{GH}\right)\\ \widehat{FGH} &= \arctan\left(\frac{6}{4,4}\right)\\ \widehat{FGH} &\simeq 53,7\end{aligned}$$

On arrive à environ 54°.