MATHEMATIQUES - 2nde Année Scolaire 2023-2024

Evaluation n°7 - *(Correction)* Vendredi 15 mars 2024

Exercice 1

1. La fonction f est une fonction constante. La fonction g est une fonction linéaire. La fonction h est une fonction carrée. La fonction p est une fonction inverse. La fonction q est une fonction racine carrée. La fontion r est une fonction cube.

2. Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x} = x$ revient à lire graphiquement les abcsisses des points communs aux courbes (C_p) et (C_r) puisque (C_p) est la courbe représentative de la fonction inverse $g(x) = \frac{1}{x}$ et (C_r) est la courbe représentative de la fonction cube $r(x) = x^3$. Par conséquent, on obtient graphiquement $x = -1$ et $x = 1$.

Exercice 2

On considèrela fonction f définie sur D_f par $f(x) = 1 - \frac{2}{3x-4}$.
On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère (O, x, y).

1. La fonction f est définie par $f(x) = 1 - \frac{2}{3x-4}$ pour des valeurs de x qui ne doivent pas annuler le dénominateur au sein de la fraction. On doit alors résoudre l'équation $3x - 4 = 0$ pour déterminer les valeurs interdites :

$$\begin{aligned} 3x - 4 &= 0 \\ 3x &= 4 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

La valeur interdite est $x = \frac{4}{3}$ qui doit être enlevée de l'ensemble $\mathbb{R}$, ce qui donne finalement $D_f = \left]-\infty; \frac{4}{3}\right[\cup \left]\frac{4}{3}; +\infty\right[$.

2. Pour étudier les variation de f sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$, on considère deux nombres a et b de cet intervalle tel que $a < b$:

$$\begin{aligned}
a &< b \\
3a &< 3b \\
3a-4 &< 3b-4 \\
\frac{1}{3a-4} &> \frac{1}{3b-4} \text{ car la fonction inverse est décroissante quelque soit la valeur de } x \\
\frac{2}{3a-4} &> \frac{2}{3b-4} \\
-\frac{2}{3a-4} &< -\frac{2}{3b-4} \\
1-\frac{2}{3a-4} &< 1-\frac{2}{3b-4} \\
f(a) &< f(b)
\end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $\left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$, on obtient $f(a) < f(b)$. La fonction f est donc croissante sur $\left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$.

3. Démonstration analogue sur $\left]\frac{4}{3}; +\infty\right[$ où l'étude est identique : pour $a < b$ su r$\left]\frac{4}{3}; +\infty\right[$, on obtient $f(a) < f(b)$. La fonction f est donc croissante sur $\left]\frac{4}{3}; +\infty\right[$.

4. Le tableau des variations de f sur D_f donne :

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	∞
Variations de f	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$

Exercice 3

1 Le calcul de la vitesse donne :

$$\begin{aligned}
v_{lib} &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\
v_{lib} &= \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 1,9 \times 1,98892 \times 10^{30}}{13 \times 10^{3}}} \\
v_{lib} &\simeq 1,97 \times 10^{8}
\end{aligned}$$

La vitesse de libération de cette étoile est $v_{lib} = 1,97 \times 10^{8}$ m.s^{-1}.

2 Pour étudier les variation de v_{lib} sur l'intervalle $[1;20]$, on considère deux nombres a et b de cet intervalle tel que $a < b$:

$$\begin{gathered}
a < b \\
2Ga < 2Gb \\
\frac{2Ga}{R} < \frac{2Gb}{R} \\
\sqrt{\frac{2Ga}{R}} < \sqrt{\frac{2Gb}{R}} \\
v_{lib}(a) < v_{lib}(b)
\end{gathered}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $[1;20]$, on obtient $v_{lib}(a) < v_{lib}(b)$. La fonction v_{lib} est donc croissante sur $[1;20]$.

3 Lee tableau de variations de v_{lib} donne :

M	M_S	$20M_S$
Variations de v_{lib}	$\nearrow$	