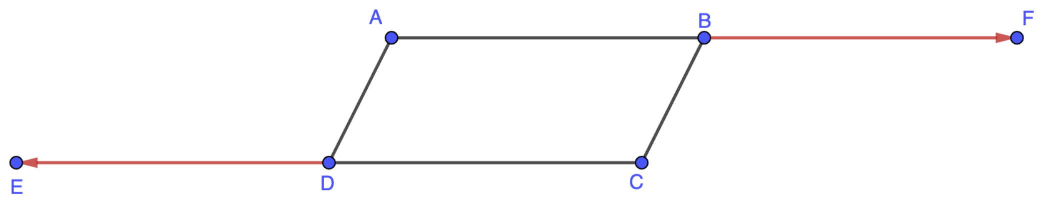
MATHEMATIQUES - 2nde Année Scolaire 2023-2024

Evaluation n°6 - *(Correction)* Lundi 12 février 2024

Exercice 1

1. Un vecteur se caractérise par sa direction, son sens et sa norme. Eventuellement, en physique, on peut y ajouter le point d'application.

2. La figure demandée donne :



3. Comme $ABCD$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Comme E l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ alors $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{ED}$. Comme F l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$. Par conséquent, on a la relation $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BF}$. Le quadrilatère $BFDE$ est donc un parallélogramme.

Exercice 2

1. On exprime $\overrightarrow{EF}$ à l'aide de la relation de Chasles :

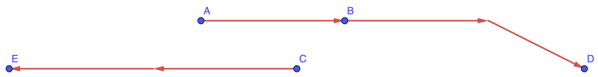
$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$$
$$\overrightarrow{EF} = -\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) + \overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{EF} = \left(-1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AB} + \left(-1 + \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

L'expression demandée est $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

2. Comme $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ alors les deux vecteurs sont colinéaires : les directions (EF) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3

1. La figure demandée donne :



2. On sait que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. On a alors :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ \text{Avec la relation de Chasles : } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CD} &= -\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CD} &= 2\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

On arrive bien à $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.

3. Comme $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ alors les deux vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. On en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

4. Pour montrer que le point E est le symétrique du point D par rapport au point C, il faut montrer par exemple que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$. On sait que $\overrightarrow{CE} = -2\overrightarrow{AB}$. Or, on a montré que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$. Donc on peut écrire que $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{CD}$ ou encore que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$. Le point E est donc bien le symétrique du point D par rapport au point C.

Exercice 4

1. Deux vecteurs sont colinéaires lorsque leur direction sont parallèles. On peut définir aussi la colinéarité de deux vecteurs si on définie une relation du type $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.

2. On exprime $\overrightarrow{AE}$ à l'aide de la relation de Chasles :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} \\ \overrightarrow{AE} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AE} &= \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) \\ \overrightarrow{AE} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

On arrive bien à la relation $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

3. Comme $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, les deux vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. En ayant un point commun, on en conclue que les points A, E et C sont alignés.