MATHEMATIQUES - 2nde | Année Scolaire 2023-2024

Evaluation n°1 - *(Correction)* | Vendredi 29 septembre 2023

Exercice 1

Q1 Les écritures simplifiées des trois nombres donnent :

$$a = \frac{\pi}{4}$$

$$b = 1 + \frac{1}{20}$$
$$b = \frac{21}{20}$$
$$b = \frac{21}{2} \times \frac{1}{10}$$
$$b = \frac{10^5}{10^2}$$

$$c = \sqrt{\frac{4}{49}}$$
$$c = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}}$$
$$c = \frac{2}{7}$$

Le nombre a n'est pas simplifiable et s'exprime en fonction du nombre π qui est un réel. On en déduit que l'ensemble du nombre a est l'ensemble des réels.

Le nombre b s'écrit sous la forme de $\dfrac{k}{10^n}$ avec k un entier relatif et n un entier naturel. Le nombre b est donc un décimal.

Le nombre c s'écrit sous le quotient de deux nombres naturels sous la forme de $\dfrac{m}{n}$. Le nombre c est donc un rationnel.

Q2 Les lettres caractéristiques de ces trois ensembles sont :

Ensemble du nombre a : $\mathbb{R}$ Ensemble du nombre b : $\mathbb{D}$ Ensemble du nombre c : $\mathbb{Q}$

Exercice 2

Q1 Le tableau recopié et rempli donne :

Représentation	Intervalle I	Intervalle J	Intervalle K
Inégalité	$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$	$-5 \leqslant x \leqslant 7$	$-5 \leqslant x \leqslant 1$
Intervalle	$\left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right[$	$[-5; 7]$	$[-5; 1]$
Valeur absolue	$\|x-1\| < \frac{1}{2}$	$\|x-1\| \leqslant 6$	$\|x+2\| \leqslant 3$

Exercice 3

Q1 Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $I \cap J$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à la fois à I et à J. Ce qui donne $I \cap J = [1;2]$.

Q2 Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $I \cap K$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à la fois à I et à K. Ce qui donne $I \cap K = \varnothing$.

Q3 Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $I \cup J$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à I ou à J. Ce qui donne $I \cup J = \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

Exercice 4

Q1 La représentation des solutions de ces inéquations sous forme d'intervalle donne :

■ Pour $|x-7| \leqslant 7$, le centre de l'intervalle est $c = 7$ et le rayon est $r = 7$. On en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in [0;14]$.

■ Pour $|x - \frac{5}{2}| > 1$, le centre de l'intervalle est $c = \frac{5}{2}$ et le rayon est $r = 1$. Comme le symbole de l'inéquation est contraire à celui d'infériorité, on en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{7}{2}; +\infty\right[$

■ Pour $|x+1| < 1$, le centre de l'intervalle est $c = -1$ et le rayon est $r = 1$. On en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in]-2;0[$.

Exercice 5

Q1 Montrons que n^2 est aussi impaire. Si n est impaire alors il peut s'écrire sous la forme $n = 2k+1$ avec k, un entier naturel quelconque. On a alors :

$$\begin{aligned} n &= 2k+1 \\ n^2 &= (2k+1)^2 \\ n^2 &= (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + 1^2 \\ n^2 &= 4k^2 + 4k + 1 \\ n^2 &= 2\left(2k^2 + 2k\right) + 1 \end{aligned}$$

Le nombre $2\left(2k^2 + 2k\right)$ est divisible par 2. C'est donc un nombre pair. En lui ajoutant 1, il reste un nombre impaire, ce qu'il fallait démontrer.