

Durée : 2 heures – Calculatrice autorisée – Documents interdits - Tout calcul non détaillé ne sera pas noté.

Le sujet comporte 2 pages : merci de le rendre avec votre copie

Exercice 1 : 3 points

Pour chacun des cas suivants, déterminer les ensembles $I \cap J$ et $I \cup J$. **La méthode graphique doit figurer sur la copie.**

1. $I = [2 ; 5,5[$ et $J =]0 ; 7,5]$

2. $I =]-\infty ; -1]$ et $J = [-4 ; +\infty[$

Exercice 2 : 3 points

Soit n un nombre entier relatif. Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 2 en fonction de n .

$$A = \frac{2^{3-n} \times 2^{n+2}}{2^{-4n}}$$

$$B = (2^{n-1})^3 \times 2^{-3}$$

Exercice 3 : 10 points

Question 1 :

1. Ecrire chacun des nombres $\sqrt{300}$, $\sqrt{108}$ et $\sqrt{192}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier relatif. Détailler les calculs.

2. En déduire la valeur exacte de $A = \sqrt{300} - \sqrt{108} - \sqrt{192}$.

Question 2 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

1. $(5x - \sqrt{3})^2$

2. $(x\sqrt{2} - \sqrt{5})(x\sqrt{2} + \sqrt{5})$

Question 3 : Ecrire chaque expression sans racine carrée au dénominateur, puis simplifier le plus possible. Détailler les calculs.

$$A = \frac{2}{3+\sqrt{7}}$$

$$B = \frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$$

Exercice 4 : 6 points

Question 1 :

En utilisant une représentation graphique et en détaillant votre démarche, pour chacune des inégalités suivantes déterminer, à l'aide d'intervalles, l'ensemble des réels x vérifiant :

a. $|x - 2| \leq 1,5$

b. $|x + 5,3| \leq 1,9$

c. $|x - 6| > 4,5$

Question 2 :

Mettre chacun des ensembles suivants sous la forme $|x - a| < r$ ou $|x - a| > r$. Justifier.

a. $x \in]-6 ; 5[$

b. $x \in]-\infty ; -8[\cup]2 ; +\infty[$

Exercice 5 : 6 points

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 4)^2 - 9$

1. Développer $f(x)$ afin de vérifier que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$A(x) = x^2 - 8x + 7.$$

2. Factoriser $f(x)$ afin de vérifier que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$B(x) = (x - 1)(x - 7)$$

3. On dispose désormais de trois expressions différentes pour $f(x)$.

En précisant votre choix, utiliser la forme la plus adaptée pour :

- Calculer l'image de 1 par f .
- Calculer le ou les antécédent(s) de -9 par f .
- Déterminer le ou les antécédents de 0 par f .
- Déterminer l'intersection de la courbe de f avec l'axe des ordonnées.

Exercice 6 : 7 points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $x - 3 = 7x - (x + 2)$

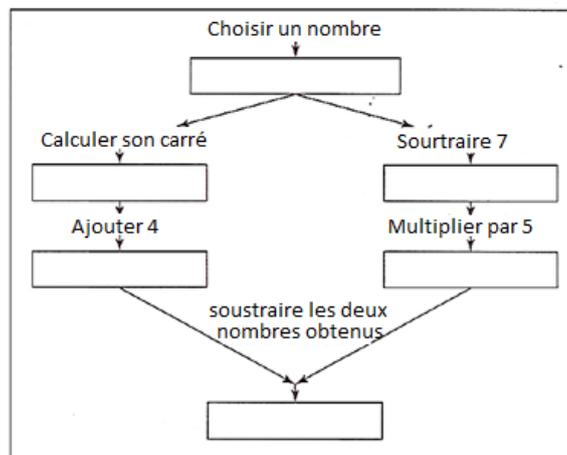
3. $(x + 5)^2 - (2x - 4)^2 = 0$

2. $(5x + 1)(3 - 2x) = 0$

4. $6x(x + 4) = 2(x - 2)(x + 4)$

Exercice 7 : 5 points

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



- Appliquer ce programme de calcul en prenant comme nombre de départ -1 et vérifier que le résultat obtenu est 45.
- Traduire en langage naturel ce programme de calcul en prenant X comme nombre de départ.
- Traduire cet algorithme en langage Python.