INSTITUT SAINT-DOMINIQUE MORTEFONTAINE

3-EME – **MATHEMATIQUES** – BREVET BLANC 03

CORRECTION

MAI 2023

EXERCICE 01	/ 6,5 pts

L'arbalète est une arme apparue en Europe et en Chine au cours du Vème siècle av. J.-C. Elle a été utilisée au Moyen-Âge surtout comme arme de chasse.

Elle tire des projectiles appelés « carreaux », de manière plus puissante et précises qu'un arc mais son temps de rechargement est assez long.

On donne en annexe, la trajectoire du carreau d'une arbalète.

1. Par lecture graphique, répondre par une phrase aux questions suivantes, **en faisant apparaître les traits de lecture** :

a. De quelle hauteur est tiré le carreau ?

Le carreau est tiré d'une hauteur de 1 m. **1 pt**

b. A quelle distance, appelée la portée, le carreau retombe-t-il au sol ?

Le carreau retombe au sol à 41 m. **1 pt**

c. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le projectile ?

Le projectile atteint la hauteur maximale de 1,50 m. **1 pt**

d. Quelle est la distance parcourue par le carreau lorsque la hauteur est supérieure à 1,20 m ?

Le carreau parcourt environ 23 m lorsque sa hauteur est supérieure à 1,20 m. **1,5 pt**

2. La courbe représente la fonction f définie par $f(x) = \frac{(41-x)(x+11)}{451}$
Calculer l'image de 30 par la fonction f.

L'image de 30 est $f(30)$

$$f(30) = \frac{(41-30)(30+11)}{451}$$

$$f(30) = \frac{11 \times 41}{451}$$

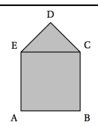
$$f(30) = \frac{451}{451}$$

$$\boldsymbol{f(30) = 1}$$

2 pts

EXERCICE 02 — / 12 pts

On considère le motif initial ci-contre :
Il est composé d'un carré ABCE de côté 5 cm,
et d'un triangle CDE rectangle et isocèle en D.



Partie 1 :

1. Donner les mesures des angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DCE}$. Justifier

Les angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DCE}$ sont chacun égaux à 45°. **1 pt**

2. Montrer que le côté [DE] mesure 3,5 cm au dixième de cm près.

Le triangle CDE est rectangle et isocèle en D.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CE^2 = DE^2 + DC^2$$

$$CE^2 = DE^2 + DE^2 \qquad \text{(car DC = DE)}$$

$$5^2 = 2 \times DE^2$$

$$\frac{25}{2} = DE^2$$

$$DE = \sqrt{12,5}$$

$$DE \approx 3,5355$$

Donc DE est égale à environ 3,5 cm **2 pts**

3. Calculer l'aire du motif initial. (Donner une valeur approchée au centimètre carré près)

$$\mathcal{A}_{motif} = \mathcal{A}_{ABCE} + \mathcal{A}_{CDE}$$

$$\mathcal{A}_{ABCE} = AB^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{CDE} = \frac{DE \times DC}{2} = \frac{3,5 \times 3,5}{2} = 6,125 \text{ cm}^2$$

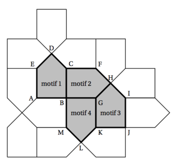
$$\mathcal{A}_{motif} = 25 + 6,125 = 31,125$$

L'aire du motif initial est égale à environ 31 cm². **2 pts**

Partie 2 :

On réalise un pavage du plan en partant du motif initial et en utilisant différentes transformations du plan.

Dans chacun des quatre cas suivants, donner **sans justifier** une transformation du plan qui permet de passer :



1. Du motif 1 au motif 2

Pour passer du motif 1 au motif 2 on a effectué la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.
1 pt

2. Du motif 1 au motif 3

Pour passer du motif 1 au motif 3 on a effectué la translation qui transforme A en K. 1 pt

3. Du motif 1 au motif 4

Pour passer du motif 1 au motif 4 on a effectué la symétrie centrale par rapport à B. **1 pt**

4. Du motif 2 au motif 3

Pour passer du motif 2 au motif 3 on a effectué la rotation de centre H et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. **1 pt**

Partie 3 :

Suite à un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ de la taille du motif initial, on obtient un motif agrandi.

Construire en vraie grandeur le motif agrandi.

Le motif agrandi est composé d'un carré A'B'C'E' de côté 7,5 cm ($5 \times \frac{3}{2}$) et d'un triangle C'D'E' rectangle et isocèle en D'. **2 pts**

1. Par quel coefficient doit-on multiplier l'aire du motif initial pour obtenir l'aire du motif agrandi.

Il s'agit d'un agrandissement de coefficient $\frac{3}{2}$, pour obtenir l'aire du motif agrandi il faut multiplier par ce coefficient au carré, c'est-à-dire $\left(\frac{3}{2}\right)^2$.

Donc il faut multiplier par $\frac{9}{4}$ (ou encore 2,25). **1 pt**

EXERCICE 03	/ 7 pts

Sur l'île de Madagascar, un scientifique mène une étude sur les tortues vertes. Ces dernières ont pour nom scientifique « Chelonia Mydas ».
Leur carapace mesure en moyenne 115 cm, et l'animal pèse entre 80 et 130 kg. Elle est classée comme espèce « en danger ».

Afin de surveiller la bonne santé des tortues, elles sont régulièrement pesées, voici les données relevées par ce scientifique en mai 2021 :

Lettres de marquage	A-001	A-002	A-003	A-004	A-005	A-006	A-007
Sexe de la tortue	Mâle	Femelle	Femelle	Femelle	Mâle	Femelle	Femelle
Masse (en kg)	113	96	125	87	117	104	101

1. Calculer l'étendue de cette série statistique.

$e = 125 - 87 = 38$

L'étendue de cette série est égale à 38 kg. **1 pt**

2. Calculer la masse moyenne de ces 7 tortues. (Arrondir à l'unité)

$$\overline{m} = \frac{113+96+125+87+117+104+101}{7} = \frac{743}{7} \approx 106{,}143$$

La masse moyenne de ces tortues est égale à 106 kg. **1 pt**

3. Déterminer la médiane de cette série statistique.
Interpréter le résultat.

Il y a 7 valeurs, la médiane est donc la 4ème valeur.

87 96 101 *104* 113 117 125

La médiane de cette série est égale à 104 kg. 1,5 pt

Cela signifie qu'il y a autant de tortues ayant une masse inférieure à 104 kg que de tortues ayant une masse supérieure à 104 kg. 1,5 pt

4. Est-il vrai que les mâles représentent moins de 20% de cet échantillon ?

Il y a 2 mâles sur les 7 tortues de cet échantillon.

$$\frac{2}{7} \times 100 \approx 28{,}57$$

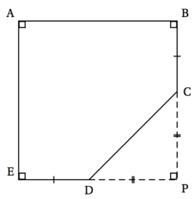
Donc les mâles représentent environ 28,6 % de cet échantillon, l'affirmation est donc fausse. 2 pts

EXERCICE 04	/ 10 pts

On a construit un bac à sable pour enfants.

Ce bac a la forme d'un prisme droit de hauteur 15 cm.
La base de ce prisme est représentée par le polygone ABCDE ci-dessous :

On donne :
PC = PD = 1,30 m
ED = BC = 40 cm
E, D, P sont alignés
B, C, P sont alignés



Attention la figure n'est pas en taille réelle.

1. Calculer CD. (Arrondir au centimètre près)

Le triangle CDP est rectangle en P.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = PC^2 + PD^2$

$CD^2 = 1{,}3^2 + 1{,}3^2$

$CD^2 = 1{,}69 + 1{,}69$

$CD^2 = 3{,}38$

$CD = \sqrt{3{,}38}$

$CD \approx 1{,}8385$

La longueur CD est environ égale à 1,84 m. 2 pts

2. Justifier que le quadrilatère ABPE est un carré.

Le quadrilatère ABPE possède 3 angles droits.

Or si un quadrilatère possède 3 angles droits, alors c'est un rectangle.

Donc ABPE est un rectangle.

Le rectangle ABPE possède deux côtés consécutifs de même longueur (les côtés [EP] et [BP])

Or si un rectangle possède deux côtés consécutifs égaux, alors c'est un carré.

Donc ABPE est un carré. **1 pt**

3. En déduire le périmètre du polygone ABCDE.
(Arrondir au centimètre près)

$$\mathbf{P}_{ABCDE} = AB + BC + CD + DE + EA$$

Et on a $AB = EA = 0{,}4 + 1{,}3 = 1{,}7$ m
$BC = DE = 0{,}4$ m
$CD = 1{,}84$ m

$$\mathbf{P}_{ABCDE} = 1{,}7 + 0{,}4 + 1{,}84 + 0{,}4 + 1{,}7 = 6{,}04$$

Le périmètre du polygone ABCDE est égal à 6,04 m. **2 pts**

4. On a construit le tour du bac à sable avec des planches en bois de longueur 2,40 m et de hauteur 15 cm chacune.
De combien de planches a-t-on eu besoin ?

$$1{,}7 + 0{,}4 = 2{,}1$$

Donc on peut utiliser une seule planche pour les côtés AB et BC, une autre pour les côtés AE et DE, et une troisième pour CD.

Pour construire le tour du bac à sable, on a eu besoin de 3 planches. **1 pt**

5. Calculer, en m², l'aire du polygone ABCDE.

$$\mathbf{A}_{ABCDE} = \mathbf{A}_{ABPE} - \mathbf{A}_{CDP}$$

$$\mathbf{A}_{ABPE} = AB^2 = 1{,}7^2 = 2{,}89 \text{ m}^2$$

$$\mathbf{A}_{CDP} = \frac{PC \times PD}{2} = \frac{1{,}3 \times 1{,}3}{2} = 0{,}845 \text{ m}^2$$

$$\mathbf{A}_{ABCDE} = 2{,}89 - 0{,}845 = 2{,}045$$

L'aire du polygone est égale à 2,045 m². **2 pts**

6. A-t-on eu besoin de plus de 300 L de sable pour remplir complètement le bac à sable ?

Rappel : Volume d'un prisme droit = aire de la base x hauteur

$V_{bac} = A_{ABCDE} \times 0,15 = 2,045 \times 0,15 = 0,306\ 75\ m^3$

$0,306\ 75\ m^3 = 306,75\ L$

Donc on a eu besoin de plus de 300 L de sable pour remplir entièrement le bac à sable. **2 pts**

EXERCICE 05	/ 4 pts

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chaque ligne du tableau, une seule proposition est juste.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse.

On ne demande pas de justification.

1	L'abeille est apparue sur Terre il y a environ 80 millions d'années. Quel préfixe peut-on utiliser pour traduire cette durée ?	80 Giga	80 Méga	80 Téra
2	La méthode d'élevage des abeilles la plus ancienne que l'on ait pu retrouver remonte à presque 4 500 ans. Donner l'écriture scientifique de 4 500.	$4,5 \times 10^{-3}$	$4,5 \times 10^{3}$	45×10^{2}
3	Un apiculteur met en moyenne 2 h 15 min pour nettoyer une ruche. Convertir cette durée en heure décimal.	2,15 h	2,20 h	2,25 h
4	Une ruche produit en moyenne 24 kg de miel par an pour une population de 30 000 abeilles. Avec le même nombre d'abeilles, combien de mois faut-il en moyenne pour obtenir 4 kg de miel ?	2 mois	0,16 an	8 mois

1 pt par réponse

1. 80 Méga
2. $4,5 \times 10^3$
3. 2,25 h
4. 2 mois

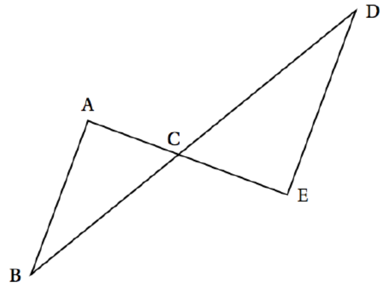
EXERCICE 06	/ 5 pts

On donne la figure ci-contre :

On a : AB = 400 m
AC = 300 m
BC = 500 m
CD = 700 m

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.

(AB) // (DE)



1. Calculer la longueur DE

Les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés dans le même ordre

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$

Donc $\frac{300}{CE} = \frac{500}{700} = \frac{400}{ED}$

$$DE = \frac{400 \times 700}{500} = 560$$

La longueur DE est égale à 560 m. **2 pts**

2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [BC].

$BC^2 = 500^2 = 250\ 000$

$AB^2 + AC^2 = 400^2 + 300^2 = 160\ 000 + 90\ 000 = 250\ 000$

D'où $BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est rectangle en A.** **1,5 pt**

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. (Arrondir au degré)

Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après les formules de trigonométrie, on a :

$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$

$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{400}{500}$

$\widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{400}{500}\right)$

$\widehat{ABC} \approx 36,87°$

$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$

$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{300}{500}$

$\widehat{ABC} = \arcsin\left(\frac{300}{500}\right)$

$\widehat{ABC} \approx 36,87°$

$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$

$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{300}{400}$

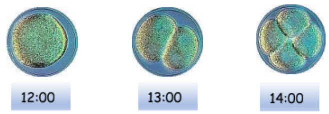
$\widehat{ABC} = \arctan\left(\frac{300}{400}\right)$

$\widehat{ABC} \approx 36,87°$

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure environ 37° **1,5 pt**

EXERCICE 07	/5,5 pts

Un savant observe au microscope la division cellulaire :



Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors 2 cellules. Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont divisées en deux.
Le savant note toutes les heures les résultats de son observation.

1. Combien verra-t-il de cellules à 15 heures, puis à 18 heures ?

A 14 heures il y a 4 cellules, donc **à 15 heures il y a 8 cellules. 1 pt**

A 16 h, il y a 16 cellules, à 17 h il y en a 32, et donc **à 18 heures il y a 64 cellules. 1 pt**

2. A quelle heure notera-t-il, pour la première fois 1 000 cellules ?

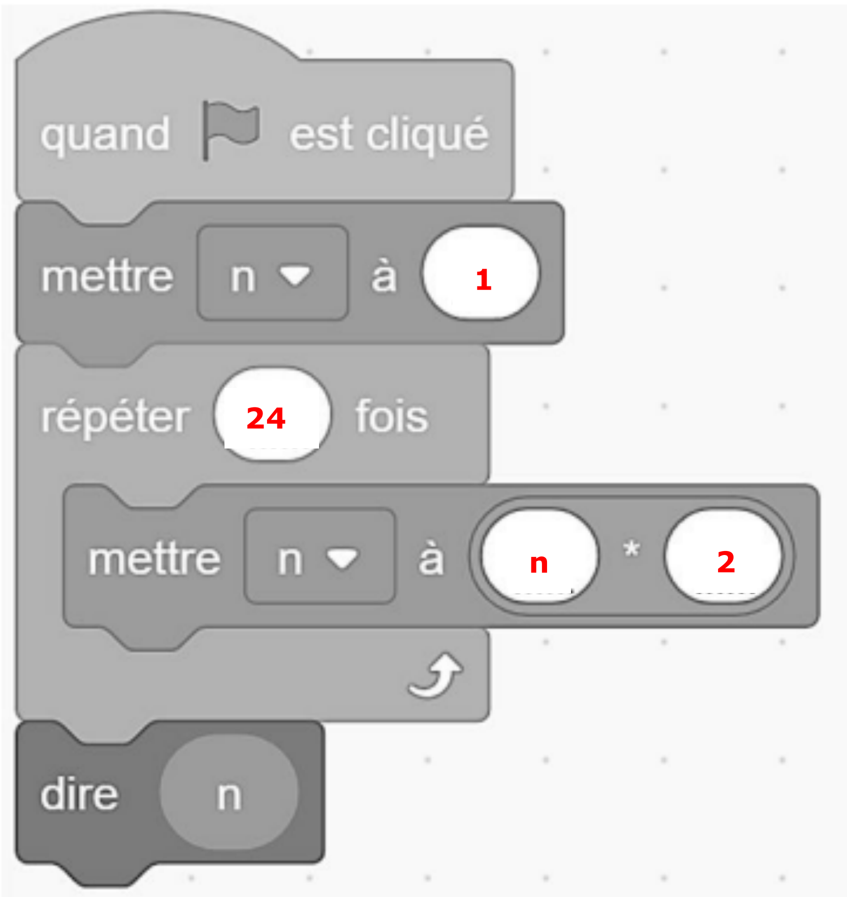
19 h $64 \times 2 = 128$
20 h $128 \times 2 = 256$
21 h $256 \times 2 = 512$
22 h $512 \times 2 = 1\,024$

Donc il notera pour la première 1 000 cellules à 22 h. 2 pts

3. Le savant aimerait connaître le nombre de cellules au bout de 24 heures. Pour cela il utilise le logiciel Scratch.

Compléter, sur **l'annexe**, le programme afin qu'il fonctionne correctement**.**

ANNEXE Exercice 07 : 1,5 pt



ANNEXE Exercice 01 :

Question 1a

Question 1b

Question 1c

Question 1d