MATHEMATIQUES - 3ème Année Scolaire 2022-2023

D.N.B. blanc n°2 - *Correction* Mardi 7 février 2023

Exercice 1 *(11 points)*

Question 1 : *(5 points)* Sur le schéma, les segments $[AC]$ et $[DB]$ sont perpendiculaires au même segments $[BK]$. On peut en déduire que les segments $[AC]$ et $[DB]$ sont parallèles.
Si ces segments sont parallèles et que les segments $[DK]$ et $[BK]$ sont sécants en K, alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{KC}{KB} = \frac{AC}{DB}$$
$$BK = \frac{KC \times DB}{AC}$$
$$BK = \frac{120 \times 112}{60}$$
$$BK = 224$$

La longueur BK est de 224 m.

Question 2 : *(1 point)* Les points B, C et K sont alignés. On peut en déduire l'égalité :

$$BK = BC + CK$$
$$BC = BK - CK$$
$$BC = 224 - 120$$
$$BC = 104$$

La longueur BC est bien de 104 m.

Question 3 : *(3 points)* D'après le schéma, le triangle ADH est rectangle en H. On peut donc utiliser le théorème de Pythagore :

$$DA^2 = DH^2 + HA^2$$
$$DA^2 = (DB - HB)^2 + HA^2 \text{ car les points } D, H, B \text{ sont alignés}$$
$$DA^2 = (DB - AC)^2 + BC^2 \text{ car } HB = AC \text{ et } HA = BC$$
$$DA = \sqrt{(DB - AC)^2 + BC^2}$$
$$DA = \sqrt{(112 - 60)^2 + 104^2}$$
$$DA \simeq 116$$

La longueur DA est d'environ 116 m.

Question 4 : *(2 points)* L'angle formé entre le tremplin et le sol est noté $\widehat{BKD}$. D'après le schéma, le triangle DBK est rectangle en B. On peut donc utiliser la trigonométrie :

$$\tan\left(\widehat{BKD}\right) = \frac{DB}{BK}$$
$$\widehat{BKD} = \arctan\left(\frac{DB}{BK}\right)$$
$$\widehat{BKD} = \arctan\left(\frac{112}{224}\right)$$
$$\widehat{BKD} \simeq 27$$

L'angle formé entre le tremplin et le sol est d'environ 27°.

Exercice 2 *(5 points)*

Question 1 : *(2 points)* La distance CD est de 29 km. Les diviseurs de 29 sont 1 et 29. Comme il n'a que deux diviseurs distincts, 1 et lui-même, alors le nombre 29 est premier.

Question 2 : *(3 points)* D'après l'énoncé, le triangle BCD est rectangle en D. On peut donc utiliser la trigonométrie :

$$\tan\left(\widehat{BCD}\right) = \frac{DB}{CD}$$
$$BD = CD\tan\left(\widehat{BCD}\right)$$
$$BD = 29\tan(4,3)$$
$$BD \simeq 2,2$$

La profondeur du cratère est d'environ 2,2 km.

Exercice 3 *(13 points)*

Question 1 : *(2,5 points)* L'ostréiculteur vend 37500 huîtres réparties en bourriches de 144 huîtres. Il devra donc concevoir $\frac{37500}{144} \simeq 260,1$ bourriches, soit 260 bourriches entières.
Les 144 bourriches construites donnent $260 \times 144 = 37440$ huîtres. L'ostréiculteur en ayant obtenues au départ 37500, il lui en restera $37500 - 37440 = 60$.

Question 2a : *(1 point)* Si 125 000 huîtres sont produits, alors $125000 - 37500 = 87500$ sont destinées aux particuliers.

Question 2b : *(2,5 points)* Les caisses contiennent 30 huîtres. Il pourra donc réaliser $\frac{87500}{30} \simeq 2916,6$ soit donc 2916 caisses de 30 huîtres.
Ces 2916 caisses réunissent au total $2916 \times 30 = 87480$ huîtres. Il lui restera ainsi $87500 - 87480 = 20$ huîtres.

Question 3a : *(4 points)* La décomposition en nombres premiers de 260 et de 144 donne :

$$260 = 2 \times 130 \qquad 144 = 12^2$$
$$260 = 2 \times 13 \times 10 \qquad 144 = (3 \times 4)^2$$
$$260 = 2 \times 13 \times 2 \times 5 \qquad 144 = 3^2 \times 4^2$$
$$260 = 2^2 \times 5 \times 13 \qquad 144 = 2^4 \times 3^2$$

La décomposition en facteurs premiers du nombre d'huîtres vendues aux grossistes devient donc :

$$260 \times 144 = 2^2 \times 5 \times 13 \times 2^4 \times 3^2$$
$$260 \times 144 = 2^{2+4} \times 3^2 \times 5 \times 13$$
$$260 \times 144 = 2^6 \times 3^2 \times 5 \times 13$$

Question 3b : *(1 point)* La décomposition en nombres premiers de 125 000 donne :

$$125000 = 125 \times 10^3$$
$$125000 = 5 \times 25 \times (2 \times 5)^3$$
$$125000 = 5 \times 5^2 \times 2^3 \times 5^3$$
$$125000 = 2^3 \times 5^{1+2+3}$$
$$125000 = 2^3 \times 5^6$$

Question 3c : *(2 points)* La proportion notée p vendue aux grossistes s'exprime par :

$$p = \frac{260 \times 144}{125000}$$
$$p = \frac{2^6 \times 3^2 \times 5 \times 13}{2^3 \times 5^6}$$
$$p = \frac{2^3 \times 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13}{2^3 \times 5 \times 5^5}$$
$$p = \frac{\cancel{2^3} \times 2^3 \times 3^2 \times \cancel{5} \times 13}{\cancel{2^3} \times \cancel{5} \times 5^5}$$
$$p = \frac{2^3 \times 3^2 \times 13}{5^5}$$
$$p = \frac{936}{3125}$$

La proportion vendue aux grossistes est $p = \dfrac{936}{3125}$.

Exercice 4 *(9 points)*

Question 1 : *(1 point)* D'après les données de l'énoncé, le vainqueur de la final 2016 est la modalité la plus petite de la série, c'est-à-dire 9,81 s.

Question 2 : *(2,5 points)* D'après les données de l'énoncé, la moyenne des temps pour effectuer le 100 lors de la finale 2012 est $\bar{t}_{2012}$ 10,01 s. Pour celle de 2016, il faut la calculer. Notons là $\bar{t}_{2016}$:

$$\begin{aligned}
\bar{t} &= \frac{t_1 + t_2 + ...}{N} \text{ avec } t_i \text{ les modalités et } N \text{ l'effectif total} \\
\bar{t}_{2016} &= \frac{10,04 + 9,96 + ...}{8} \\
\bar{t}_{2016} &= \frac{79,54}{8} \\
\bar{t}_{2016} &\simeq 9,94
\end{aligned}$$

On remarque que $\bar{t}_{2016} < \bar{t}_{2012}$, la plus petite moyenne est celle rencontrée lors de la finale de 2016.

Question 3 : *(1,5 point)* Le meilleur temps en 2016 est de 9,81 (vue en question 1).
Pour celui de 2012, il faut le calculer à l'aide de l'étendue notée e :

$$\begin{aligned}
e &= max(t) - min(t) \\
min(t) &= max(t) - e \\
min(t) &= 11,99 - 2,36 \\
min(t) &= 9,63
\end{aligned}$$

On remarque que le temps minimum en 2012 est inférieur à celui de 2016, on en conclut que le meilleur temps a été réalisé lors de la finale de 2012.

Question 4 : *(2 points)* Le temps médian de la finale de 2012 est de 9,84. Ce qui signifie que 4 athlètes ont un temps inférieur ou égal à 9,84 et donc a fortiori moins de 10 secondes. On ne peut donc pas affirmer que seulement trois athlètes ont eu un temps inférieur à 10 s.

Question 5 : *(2 points)* D'après l'énoncé, l'année de la finale comprenant le plus d'athlètes ayant réussi à parcourir la distance en moins de 10 secondes est l'année 2012.
Or pendant la finale de 2016, six athlètes ont réalisé un temps inférieur ou égal à 10 secondes.
Sachant qu'il y a 8 athlètes en 2012 et que le temps le plus long est de 11,99 secondes, on peut déduire qu'il y a exactement 7 athlètes qui ont réalisé un temps inférieur ou égal à 10 secondes en 2012.

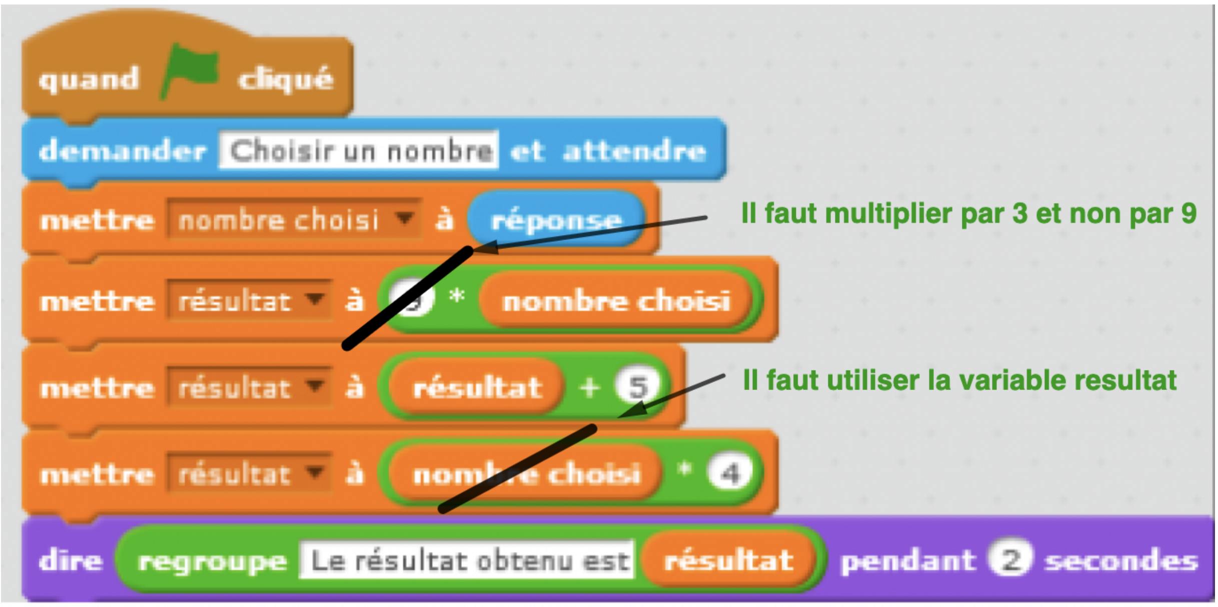
Exercice 5 *(12 points)*

Question 1a : *(1,5 point)* L'exécution du programme donne :

Choisir un nombre : 5
Multiplier ce nombre par 3 : $5 \times 3 = 15$
Ajouter 5 : $15 + 5 = 20$
Multiplier ce résultat par 4 : $4 \times 20 = 80$
Résultat final : 80

On obtient bien le résultat demandé.

Question 1b : *(2 points)* Les modifications apportées sont :



Question 1c : *(2 points)* En posant x le nombre choisi au départ, et M le résultat obtenu, on obtient la relation $M = (3 \times x + 4) \times 4$. Sa simplification donne :

$$M = (3 \times x + 5) \times 4$$
$$M = 4\,(3x + 5)$$
$$M = 12x + 20$$

Le développement et la réduction de l'expression donne $M = 12x + 20$.

Question 2a : *(1,5 points)* La traduction du programme donne :

$$\begin{aligned} \text{Demander un nombre : } & -2 \\ \text{multiplication par 7 : } & 7\times(-2) = -14 \\ \text{Ajouter 10 : } & -14+10 = -4 \\ \text{Soustraction : } & -4-(-2) = -2 \\ \text{Résultat final : } & -2 \end{aligned}$$

On obtient bien le nombre -2.

Question 2b : *(2 points)* En posant x le nombre choisi au départ, et L le résultat obtenu, on obtient la relation $L = 7\times x + 10 - x$. Sa simplification donne :

$$\begin{aligned} L &= 7\times x + 10 - x \\ L &= 7x + 10 - x \\ L &= 6x + 10 \end{aligned}$$

Le développement et la réduction de l'expression donne $L = 6x + 10$.

Question 3 : *(3 points)* L'expression qui résume le programme de Mélys est $M = 12x + 20$ et celle de Leticia est $L = 6x + 10$. En factorisant par 2 le résultat de Mélys, on peut écrire que $M = 2(6x + 10)$, soit finalement $M = 2\times L$. Mélys a donc raison d'affirmer que le résultat obtenu avec son programme de calcul est toujours le double du résultat obtenu avec le programme de calcul de Leticia.