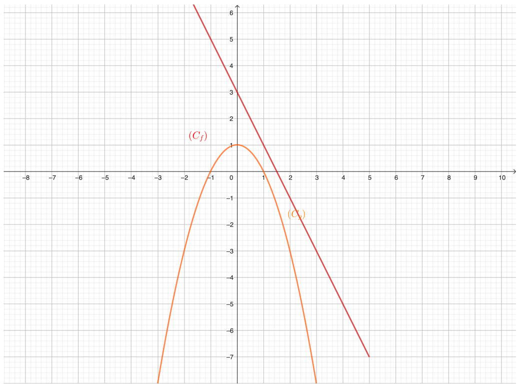
MATHEMATIQUES - 2$^{\text{nde}}$ — Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°9 - *(Rattrapage - Correction)* — Jeudi 6 avril 2023

Exercice 1

Question 1 : La fonction f fait partie de la famille des fonctions affines et la fonction g est construite à partir de la fonction carrée.

Question 2 : Le tracé des deux courbes (C_f) et (C_g) dans le repère (O,x,y) donne :



Question 3 : A partir du graphique précédent, le tableau des variations de f et de g sur $[-5;5]$ donne :

x	-5	5
Variations de f	↘	

x	-5	0	5
Variations de g	↗		↘

Question 4 : La fonction f s'exprime par $f(x) = -2x+3$. Il est immédiat d'écrire que le taux d'accroissement est $m = -2$.

Exercice 2

On considère une fonction h définie sur $D_h =]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ par $h(x) = 1 + \dfrac{1}{1-x^2}$.
On note (C_h) sa courbe représentative dans un repère (O,x,y)

Question 1 : Pour étudier la parité de h sur D_h, on vérifie que l'intervalle est centré en 0, ce qui est le cas. On calcule ensuite $h(-x)$ sur D_h :

$$\begin{aligned} h(x) &= 1+\frac{1}{1-x^2} \\ h(-x) &= 1+\frac{1}{1-(-x)^2} \\ h(-x) &= 1+\frac{1}{1-x^2} \end{aligned}$$

On remarque que $h(x) = h(-x)$ sur D_h, on en conclue donc que h est paire sur D_h.

Question 2 : Comme h est paire sur D_h, on en déduit que la courbe (C_h) admet comme axe de symétrie, l'axe des ordonnées.

Question 3 : Pour étudier les variation de h sur l'intervalle $]-1;0]$, on considère deux nombres a et b de cet intervalle tel que $a < b$:

$$\begin{aligned} a &< b \\ a^2 &> b^2 \text{ car } a<0 \text{ et } b<0 \text{ sur }]-1;0] \\ -a^2 &< -b^2 \\ 1-a^2 &< 1-b^2 \\ \frac{1}{1-a^2} &> \frac{1}{1-b^2} \text{ car la fonction inverse est décroissante quelque soit la valeur de } x \\ 1+\frac{1}{1-a^2} &> 1+\frac{1}{1-b^2} \\ h(a) &> h(b) \end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $]-1;0]$, on obtient $h(a) > h(b)$. La fonction h est donc décroissante sur $]-1;0]$.

Question 4 : De la même façon sur $[0;1]$, on considère deux nombres a et b de cet intervalle tel que $a < b$:

$$\begin{aligned} a &< b \\ a^2 &< b^2 \text{ car } a>0 \text{ et } b>0 \text{ sur }]-1;0] \\ -a^2 &> -b^2 \\ 1-a^2 &> 1-b^2 \\ \frac{1}{1-a^2} &< \frac{1}{1-b^2} \text{ car la fonction inverse est décroissante quelque soit la valeur de } x \\ 1+\frac{1}{1-a^2} &< 1+\frac{1}{1-b^2} \\ h(a) &< h(b) \end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $]-1;0]$, on obtient $h(a) < h(b)$. La fonction h est donc croissante sur $]-1;0]$.

Question 5 : Le tableau de variations de f sur D_h donne :

x	$-\infty$	-1		0		1		∞
Variations de h	↘	‖	↘		↗	‖	↗	

Exercice 3

Question 1 : La fonction f s'exprime par $f = \dfrac{G \times m_C \times m_S}{d^2}$ où d'après l'énoncé, G, m_C, m_S sont des constantes. Seule donc le paramètre d varie. La variable étant donc le paramètre d situé au dénominateur, il s'agit d'une fonction formée à partir de la fonction inverse.

Question 2 : Quand la comète s'approche du Soleil, la distance d diminue. La fonction inverse $\dfrac{1}{d}$ va donc prendre des valeurs de plus en plus grandes. Il en sera de même pour $\dfrac{Gm_Cm_S}{d^2}$. Par conséquent, la fonction f sera croissante pour des valeurs de d de plus en plus petites.

Question 3 : Quand la comète s'éloigne du Soleil, la distance d augmente. La fonction inverse $\dfrac{1}{d}$ va donc prendre des valeurs de plus en plus petites. Il en sera de même pour $\dfrac{Gm_Cm_S}{d^2}$. Par conséquent, la fonction f sera décroissante pour des valeurs de d de plus en plus grandes.

Question 4 : Un encadrement de la force f pour des valeurs de d .variant entre 0,28 u.a et 1,11 u.a, donne :

$$0,28 < d < 1,11 \text{en u.a.}$$
$$0,28 \times 149597870700 \text{en m} < d < 1,11 \times 149597870700$$
$$\frac{1}{0,28 \times 149597870700} > \frac{1}{d} > \frac{1}{1,11 \times 149597870700}$$
$$\frac{1}{(0,28 \times 149597870700)^2} > \frac{1}{d} > \frac{1}{(1,11 \times 149597870700)^2}$$
$$\frac{6,67428 \times 10^{-11} \times \frac{0,6}{100} \times 5,9742 \times 10^{24} \times 1,98892 \times 10^{30}}{(0,23 \times 149597870700)^2} > \frac{Gm_Cm_S}{d^2} > \frac{6,67428 \times 10^{-11} \times \frac{0,6}{100} \times 5,9742 \times 10}{(1,11 \times 14959787070}$$
$$2,71 \times 10^{21} > f > 1,725 \times 10^{20}$$

L'intervalle est $2,71 \times 10^{21} > f > 1,725 \times 10^{20}$.