MATHEMATIQUES - 2nde — Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°9 - *Correction* — Jeudi 23 mars 2023

Exercice 1

Question 1 : L'intervalle de définition D_f n'est pas centré en O. La fonction n'est donc ni paire, ni impaire.

Question 2 : Pour étudier les variations de f sur $[-10;0]$, on considère deux nombres a et b de $[10;0]$ de sorte que $a < b$:

$$\begin{aligned}
a &< b \\
a^2 &> b^2 \text{ car } a < 0 \text{ et } b < 0 \text{ sur } [-10;0] \\
-a^2 &< -b^2 \text{ car } -1 < 0 \\
1-a^2 &< 1-b^2 \\
\frac{1-a^2}{10} &< \frac{1-b^2}{10} \\
f(a) &< f(b)
\end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $[-10;0]$, on obtient $f(a) < f(b)$. La fonction f est donc croissante sur $[-10;0]$.

Question 3 : De la même façon sur l'intervalle $[0;10[$:

$$\begin{aligned}
a &< b \\
a^2 &< b^2 \text{ car } a > 0 \text{ et } b > 0 \text{ sur } [0;10[\\
-a^2 &> -b^2 \text{ car } -1 < 0 \\
1-a^2 &> 1-b^2 \\
\frac{1-a^2}{10} &> \frac{1-b^2}{10} \\
f(a) &> f(b)
\end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $[-10;0]$, on obtient $f(a) > f(b)$. La fonction f est donc décroissante sur $[0;10[$.

Question 4 : A partir des questions précédents, on peut dresser le tableau des variations de f sur D_f :

x	-10		0		10
Variations de f		$\nearrow$		$\searrow$	

Exercice 2

Question 1 : D'après le graphique, on peut nommer la fonction f_1 comme étant la fonction inverse, la fonction f_2 comme la fonction cube, la fonction f_3 comme étant la fonction racine carrée, la fonction f_4 comme étant la fonction carrée, et enfin la fonction f_5 comme étant la fonction linéaire.

Question 2 : Les tableau de variations pour les fonctions f_1 et f_2 donnent :

x	$-\infty$		0		∞
Variations de f_1		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

x	$-\infty$		∞
Variations de f_2		$\nearrow$	

Question 3 : La courbe représentative de la fonction f_4 semble avoir comme axe de symétrie, l'axe des ordonnées et son ensemble de définition est $\mathbb{R}$, centré en O. On peut en déduire que la fonction f_4 est paire sur $\mathbb{R}$. De la même façon, la courbe représentative de la fonction f_5 semble avoir comme centre de symétrie, l'origine du repère et son ensemble de définition est $\mathbb{R}$, centré en O. On peut en déduire que la fonction f_5 est impaire sur $\mathbb{R}$.

Question 4 : Le taux d'accroissement de la fonction f_5 se calcule à partir de deux points de la courbe (C_f5). Prenons par exemple les points $A\,(0;0)$ et $B\,(1;1)$. On a alors :

$$m = \frac{f_5\,(y_B) - f_5\,(y_A)}{x_B - x_A}$$
$$m = \frac{f_5\,(1) - f_5\,(0)}{1-0}$$
$$m = \frac{1-0}{1}$$
$$m = 1$$

Le taux d'accroissement de la fonction f_5 est 1. Comme c'est une fonction linéaire, il est immédiat que $p = 0$. Par conséquent, la forme algébrique de la fonction f_5 est $f_5\,(x) = x$.

Exercice 3

Question 1 : Pour étudier les variation de F sur l'intervalle $[6356,8;6378,1]$, on considère deux nombres a et b de cet intervalle tel que $a < b$:

$$\begin{aligned}
a &< b \\
a^2 &< b^2 \text{ car } a > 0 \text{ et } b > 0 \text{ sur } [6356,8;6378,1] \\
\frac{1}{a^2} &> \frac{1}{b^2} \text{ car la fonction inverse est décroissante quelque soit la valeur de } R_T \\
\frac{GmM_T}{a^2} &> \frac{GmMT}{b^2} \text{ car } GmM_T > 0 \\
F(a) &> F(b)
\end{aligned}$$

On remarque que pour $a < b$ sur $[6356,8;6378,1]$, on obtient $F(a) > F(b)$. La fonction F est donc décroissante sur $[6356,8;6378,1]$.

Question 2 : Compte tenu du résultat de la question précédente, comme la fonction est décroissante sur $[6356,8;6378,1]$ alors le poids de l'objet diminue.

Question 3 : Sur l'intervalle $[6356,8;6378,1]$, on obtient :

$$\begin{aligned}
6356,8\times 10^3 &< 6378,1\times 10^3 \\
\left(6356,8\times 10^3\right)^2 &< \left(6378,1\times 10^3\right)^2 \text{ car } 6356,8 > 0 \text{ et } 6378,1 > 0 \\
\frac{1}{\left(6356,8\times 10^3\right)^2} &> \frac{1}{\left(6378,1\times 10^3\right)^2} \text{ car la fonction inverse est décroissante} \\
\frac{6,67\times 10^{-11}\times 80\times 5,97\times 10^{24}}{\left(6356,8\times 10^3\right)^2} &> \frac{6,67\times 10^{-11}\times 80\times 5,97\times 10^{24}}{\left(6378,1\times 10^3\right)^2} \\
788 &> 783
\end{aligned}$$

Le poids de l'objet peut varier entre 783 N et 788 N.