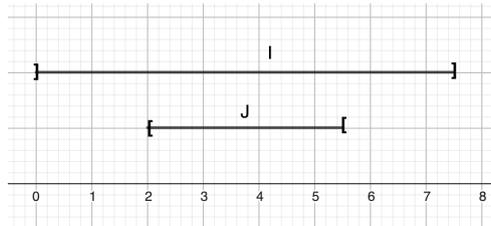


**MATHEMATIQUES - 2^{nde}**

Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°4 - Sujet A - Correction

Lundi 14 novembre 2022

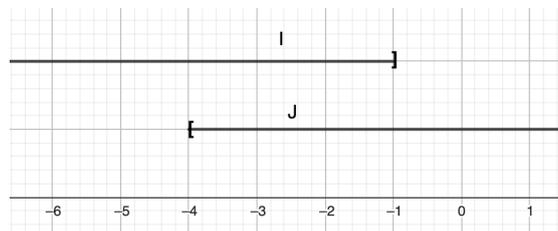
Exercice 1**Question 1 :** Les intervalle I et J peuvent être représentés de la façon suivante :

$$I \cap J = [2; 5,5[\cap]0; 7,5]$$

$$I \cup J = [2; 5,5[\cup]0; 7,5]$$

$$I \cap J = [2; 5,5[$$

$$I \cup J =]0; 7,5]$$

Question 2 : Les intervalle I et J peuvent être représentés de la façon suivante :

$$I \cap J =]-\infty; -1[\cap [-4; +\infty[$$

$$I \cup J =]-\infty; -1[\cup [-4; +\infty[$$

$$I \cap J = [-4; -1[$$

$$I \cup J =]-\infty; +\infty[$$

Exercice 2**Question :** La simplification des expressions littérales donne :

$$A = \frac{2^{3-n} \times 2^{n+2}}{2^{-4n}}$$

$$B = (2^{n-1})^3 \times 2^{-3}$$

$$A = 2^{3-n+n+2} \times 2^{4n}$$

$$B = 2^{3(n-1)} \times 2^{-3}$$

$$A = 2^{5+4n}$$

$$B = 2^{3n-6}$$

**Exercice 3**

Question 1 : La simplification donne :

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{3 \times 36}$$

$$\sqrt{192} = \sqrt{3 \times 64}$$

$$\sqrt{300} = \sqrt{3} \times \sqrt{100}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{3} \times \sqrt{36}$$

$$\sqrt{192} = \sqrt{3} \times \sqrt{64}$$

$$\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

$$\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt{192} = 8\sqrt{3}$$

On en déduit la valeur de A :

$$A = \sqrt{300} - \sqrt{108} - \sqrt{192}$$

$$A = 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$$

$$A = -4\sqrt{3}$$

Question 2 : La simplification donne :

$$(5x - \sqrt{3})^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2 \quad (x\sqrt{2} - \sqrt{5})(x\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (x\sqrt{2})^2 - \sqrt{5}^2$$

$$(5x - \sqrt{3})^2 = 25x^2 - 10\sqrt{3}x + 3 \quad (x\sqrt{2} - \sqrt{5})(x\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 2x^2 - 5$$

Question 3 : La simplification donne :

$$A = \frac{2}{3 + \sqrt{7}}$$

$$B = \frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$$

$$A = \frac{2(3 - \sqrt{7})}{(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})}$$

$$B = \frac{(1 - \sqrt{5})^2}{(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})}$$

$$A = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{3^2 - \sqrt{7}^2}$$

$$B = \frac{1^2 - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{1^2 - \sqrt{5}^2}$$

$$A = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{9 - 7}$$

$$B = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{1 - 5}$$

$$A = 3 - \sqrt{7}$$

$$B = \frac{-3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

**Exercice 4**

Question 1a : Pour $|x - 2| \leq 1,5$, le centre est $a = 2$ et le rayon est $r = 1,5$. On a donc l'intervalle $[a - r; a + r]$, ce qui donne $[0,5; 3,5]$.

Question 1b : Pour $|x + 5,3| \leq 1,9$, le centre est $a = -5,3$ et le rayon est $r = 1,9$. On a donc l'intervalle $[a - r; a + r]$, ce qui donne $[-7,2; -3,4]$.

Question 1c : Pour $|x - 6| > 4,5$, le centre est $a = 6$ et le rayon est $r = 4,5$. On a donc l'intervalle $[a - r; a + r]$, ce qui donne $]-\infty; 1,5[\cup]10,5; +\infty[$.

Question 2a : Pour l'intervalle $]-6; 5[$, le centre est $a = -0,5$ et le rayon est $r = 5,5$. On a donc l'écriture $|x + 0,5| < 5,5$.

Question 2b : Pour l'intervalle $]-\infty; -8[\cup]2; +\infty[$, le centre est $a = -3$ et le rayon est $r = 5$. On a donc l'écriture $|x + 3| > 5$.

Exercice 5

Question 1 : Le développement donne :

$$f(x) = (x - 4)^2 - 9$$

$$f(x) = x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 - 9$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 7$$

$$f(x) = A(x)$$

Question 2 : La factorisation donne :

$$f(x) = (x - 4)^2 - 9$$

$$f(x) = (x - 4 - 3)(x - 4 + 3)$$

$$f(x) = (x - 7)(x - 1)$$

$$f(x) = B(x)$$

Question 3a : En choisissant $B(x)$:

$$B(x) = (x - 7)(x - 1)$$

$$B(1) = (1 - 7)(1 - 1)$$

$$B(1) = 0$$

L'image de 1 par f est 0.



Question 3b : En choisissant $f(x)$:

$$\begin{aligned}f(x) &= -9 \\(x-4)^2 - 9 &= -9 \\(x-4)^2 &= 0 \\x-4 &= 0 \\x &= 4\end{aligned}$$

L'antécédent de -9 par f est 4.

Question 3c : En choisissant $B(x)$:

$$\begin{aligned}B(x) &= 0 \\(x-7)(x-1) &= 0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si seulement l'un d'eux est nul :

$$\begin{array}{ll}\text{On a d'une part : } x-7=0 & \text{et on a d'autre part } x-1=0 \\x=7 & x=1\end{array}$$

Les antécédents de 0 par f sont 1 et 7.

Question 3d : En choisissant $A(x)$:

$$\begin{aligned}A(x) &= x^2 - 8x + 7 \\A(0) &= 0^2 - 8 \times 0 + 7 \\A(0) &= 7\end{aligned}$$

Le point d'intersection entre la courbe de f et l'axe des ordonnées a pour coordonnées (0;7)

Exercice 6

Question 1 : La résolution des équations donne :

$$\begin{aligned}x-3 &= 7x - (x+2) \\x-3 &= 7x - x - 2 \\x-7x+x &= 3-2 \\-5x &= 1 \\x &= \frac{-1}{5}\end{aligned}$$



La solution de l'équation est $x = \frac{-1}{5}$.

$$(5x + 1)(3 - 2x) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un d'eux est nul :

$$\text{On a d'une part } 5x + 1 = 0$$

$$5x = -1$$

$$x = \frac{-1}{5}$$

$$\text{et d'autre part } 3 - 2x = 0$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-2}$$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{-1}{5}$ et $x = \frac{3}{2}$.

$$(x + 5)^2 - (2x - 4)^2 = 0$$

$$(x + 5 - 2x + 4)(x + 5 + 2x - 4) = 0$$

$$(-x + 9)(3x + 1) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un d'eux est nul :

$$\text{On a d'une part } -x + 9 = 0$$

$$-x = -9$$

$$x = 9$$

$$\text{et d'autre part } 3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{-1}{3}$ et $x = 9$.

$$(x + 5)^2 - (2x - 4)^2 = 0$$

$$(x + 5 - 2x + 4)(x + 5 + 2x - 4) = 0$$

$$(-x + 9)(3x + 1) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un d'eux est nul :

$$\text{On a d'une part } -x + 9 = 0$$

$$-x = -9$$

$$x = 9$$

$$\text{et d'autre part } 3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = \frac{-1}{3}$$



Les solutions de l'équation sont $x = \frac{-1}{3}$ et $x = 9$.

$$\begin{aligned}6x(x+4) &= 2(x-2)(x+4) \\6x(x+4) - 2(x-2)(x+4) &= 0 \\(x+4)[6x - 2(x-2)] &= 0 \\(x+4)(6x - 2x + 4) &= 0 \\(x+4)(4x + 4) &= 0 \\4(x+4)(x+1) &= 0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un d'eux est nul :

$$\begin{aligned}\text{On a d'une part } x + 4 &= 0 \\x &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{et d'autre part } x + 1 &= 0 \\x &= -1\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont $x = -4$ et $x = -1$.

Exercice 7

Question 1 : Pour $x = -1$:

$$\text{Chemin gauche : } (-1)^2 + 4 = 5$$

$$\text{Chemin droit : } (-1 - 7) \times 5 = -40$$

$5 - (-40) = 45$. Quand $x = -1$, on obtient le résultat 45.

Question 2 : L'algorithme est :

```
Saisir X
A ← X2 + 4
B ← (X - 7) × 5
X ← A - B
Afficher X
```

Question 3 : L'algorithme traduit en langage Python donne :

```
1 X=float(input(X=))
2 A=X**2+4
3 B=(X-7)*5
4 X=A-B
5 print(X)
```