**MATHEMATIQUES - 2nde** Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°12 *(Rattrapage) - Correction* Lundi 15 mai 2023

## Exercice 1

■ **1 :** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant k(x)$ sur l'intervalle $[-10;10]$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe $(C_f)$ dont les ordonnées sont inférieures ou égales à celles des points de la courbe $(C_k)$. Par lecture graphique, on obtient l'intervalle $\left[-10;\frac{1}{2}\right]$.

■ **2 :** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ sur l'intervalle $]0;10]$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe $(C_f)$ dont les ordonnées sont inférieures ou égales à celles des points de la courbe $(C_g)$. Par lecture graphique, on n'obtient aucune solution.

■ **3 :** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < h(x)$ sur l'intervalle $[-10;10]$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe $(C_f)$ dont les ordonnées sont inférieures strictement à celles des points de la courbe $(C_h)$. Par lecture graphique, on obtient l'intervalle $[-10;10]$.

## Exercice 2

■ **1 :** La résolution de l'équation $u(x) < v(x)$ donne :

$$\begin{aligned}
u(x) &< v(x) \\
1-x &< 2-\frac{2x}{5} \\
-x+\frac{2x}{5} &< 2-1 \\
\frac{-5x+2x}{5} &< 1 \\
\frac{-3x}{5} &< 1 \\
x &> \frac{-5}{3}
\end{aligned}$$

Les solutions de l'inéquation sont $x \in \left]\frac{-5}{3};+\infty\right[$.

■ **2 :** Résolvons l'inéquation $u(x)\,v(x) < 0$ :

$$\begin{aligned}
u(x)\,v(x) &< 0 \\
(1-x)\left(2-\frac{2x}{5}\right) &< 0
\end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto 1-x$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est -1. Comme $-1 < 0$, la fonction est décroissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned} 1-x &= 0 \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto 2-\dfrac{2x}{5}$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est $\dfrac{-2}{5}$. Comme $-\dfrac{2}{5} < 0$, la fonction est décroissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned} 2-\frac{2x}{5} &= 0 \\ \frac{-2x}{5} &= -2 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Le tableau de signe devient alors :

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $1-x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| Signe de $2-\dfrac{2x}{5}$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Signe du produit | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $u(x)\,v(x) < 0$ sont dans l'ensemble $S$ tel que :
$S = \left]1;5\right[$.

## Exercice 3

■ **1 :** Résolvons l'inéquation $\dfrac{e(x)}{d(x)} \leqslant 0$ :

$$\frac{e(x)}{d(x)} \leqslant 0$$
$$\frac{x-9}{1-x^2} \leqslant 0$$
$$\frac{x-9}{(1-x)(1+x)} \leqslant 0$$

La fonction $x \longmapsto x-9$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 1. Comme $1 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$x-9=0$$
$$x=9$$

La fonction $x \longmapsto 1-x$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est $-1$. Comme $-1 < 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$1-x=0$$
$$-x=-1$$
$$x=1$$

La fonction $x \longmapsto 1+x$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 1. Comme $1 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$1+x=0$$
$$x=-1$$

Le tableau de signe devient alors :

| $x$ | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | 9 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $x-9$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| Signe de $1+x$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| Signe de $1-x$ | | $+$ | | $+$ | 0 | $-$ | | $-$ | |
| Signe du quotient | | $+$ | ‖ | $-$ | ‖ | $+$ | 0 | $-$ | |

A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $\dfrac{x-9}{(1-x)(1+x)} \leqslant 0$ sont dans l'ensemble $S$ tel que $S = \left]-1;1\right[ \cup \left[9;+\infty\right[$..

**Exercice 4**

■ **1 :** Résolvons l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ :

$$\begin{aligned} f(x) &\geqslant g(x) \\ \frac{1}{x} &\geqslant 2 \\ \frac{1}{x} - 2 &\geqslant 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{-2x}{x} &\geqslant 0 \\ \frac{1-2x}{x} &\geqslant 0 \end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto 1-2x$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est -2. Comme $-2 < 0$, la fonction est décroissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned} 1-2x &= 0 \\ -2x &= -1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto x$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 1. Comme $1 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière est immédiate : $x = 0$.

Le tableau de signe devient alors :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $1-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| Signe de $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| Signe du quotient | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $\frac{1-2x}{x} \geqslant 0$ sont dans l'ensemble $S$ tel que : $S = \left]0; \frac{1}{2}\right]$.