

**MATHEMATIQUES - 2^{nde}**

Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°11 - (Rattrapage)

Mardi 11 avril 2023

Indications : Durée 100 minutes - calculatrice autoriséeCompétences évaluées : Chercher - représenter - calculer - raisonner - communiquer**Exercice 1**

On considère un tableau peint par Diego Velázquez en 1609 représentant l'adoration du Christ par les Mages. Le visage de Jésus est représenté sur le tableau à un endroit bien précis, appelé le point d'or du tableau.

Dans cet exercice, on souhaite vérifier cette affirmation. Pour cela, on utilise une capture d'écran (image ci-contre) dont les dimensions en pixel sont 555x898.

Pour simplifier les calculs, on projette cette image dans un repère (O, x, y) où x et y représentent le nombre de pixels. Dans ce repère, un point M de coordonnées $M(x; y)$ est appelé point d'or lorsque que le rapport des coordonnées donne le nombre d'or ϕ , c'est à dire $\frac{y}{x} = \phi$. (On rappelle ici qu'une valeur approchée de ϕ à 10^{-3} est $\phi \simeq 1,618$.)

Le Tableau est modélisé par un rectangle $OABC$.



Question 1 : Donner précisément les coordonnées des points A , B et C .

Question 2 : Calculer $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{CB}\|$.

Question 3 : Le tableau est réalisé avec la proportion du nombre d'or lorsque le rapport de sa longueur et de sa largeur donne ϕ . **Montrer** que les dimensions du tableau sont au nombre d'or.

Question 4 : Le visage de Jesus est situé en un point J tels que $J(340; 550)$. **Montrer** que J est un point d'or.

Question 5 : Etudier l'alignement des point O , J et B .

Question 6 : **Montrer** que le points J n'est pas le milieu du segment $[OB]$.

Aide : La projection du tableau dans le repère est simulée dans le document annexe 1.

**Exercice 2**

Ci-contre, un cliché de la galaxie spirale NGC 1961 qui se trouve à 180 millions d'années-lumière dans la constellation de la Girafe, pris par le télescope Hubble, en septembre 2022.

L'objectif de cet exercice ici est de vérifier si cette forme spirale possède les proportions du nombre d'or. On rappelle que deux longueurs l_1 et l_2 sont proportionnées au nombre d'or lorsque $\frac{l_1}{l_2} \simeq \phi$ avec $\phi \simeq 1,618$.

Pour simplifier les calculs, on projette la spirale dans un repère (O, x, y) proposé dans le document annexe 2. Dans ce document, on a représenté l'extrait d'un bras comprenant différents points.



Question 1 : A partir du deuxième graphique du document de l'annexe 2, **donner** les coordonnées des points G, H, I, J et K .

Question 2 : **Calculer** les normes des vecteurs \overrightarrow{HG} et \overrightarrow{HI} .

Question 3 : En **déduire** que l'arc \widehat{GI} est celui d'un cercle de centre H et de rayon $r = 5$.

Question 4 : **Calculer** la longueur de l'arc \widehat{GI} . (On remarquera que cet arc est le quart du cercle de centre H et de rayon r .)

Question 5 : **Calculer** les normes des vecteurs \overrightarrow{JI} et \overrightarrow{JK} .

Question 6 : En **déduire** que l'arc \widehat{IK} est celui d'un cercle de centre J et de rayon $R = 8$.

Question 7 : **Calculer** la longueur de l'arc \widehat{IK} .

Question 8 : **Montrer** que le rapport des deux longueurs successives \widehat{IK} par \widehat{GI} donne approximativement le nombre d'or.

Question 9 : **Etudier** l'alignement des points G, O et K .

Aide : Un arc de cercle est une portion de cercle limitée par deux points.

**Exercice 3**

On considère quatre points A , B , C et D tels que dans un repère (O, x, y) , leurs coordonnées soient $A(-1; 4)$, $B(-2; -1)$, $C(2; -2)$ et $D(x_D; y_D)$

Question 1 : Placer les points A , B et C dans le repère (O, x, y) .

Question 2 : Montrer que le triangle ABC n'est pas rectangle.

Question 3 : Calculer x_D et y_D de façon à ce que le quadrilatère $ADCB$ soit un parallélogramme.

Exercice 4

On considère un repère (O, x, y) dans lequel ont défini trois points A , B et C dont les coordonnées sont $A(1; 2)$, $B(4; -2)$ et $C(7; 2)$. Le triangle formé n'est pas rectangle.

Question 1 : Déterminer la nature du triangle ABC .

Question 2 : Calculer les coordonnées des points I , J et K , milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

Question 3 : On considère la droite (d_1) passant par le point I et perpendiculaire au segment $[AB]$. On considère la droite (d_2) passant par le point J et perpendiculaire au segment $[AC]$. On considère enfin la droite (d_3) passant par le point K et perpendiculaire au segment $[BC]$. Les trois droites sont concourantes en un point particulier, noté D . Donner le nom donné au point D .

ANNEXE 1

Projection du tableau dans le repère (O, x, y) de l'exercice 1 :

Indication importante : Les valeurs des coordonnées des points A , B , C et J sont approximatives.



ANNEXE 2

Schéma représentatif de la situation de l'exercice 2 :

