MATHEMATIQUES - 2nde Année Scolaire 2022-2023

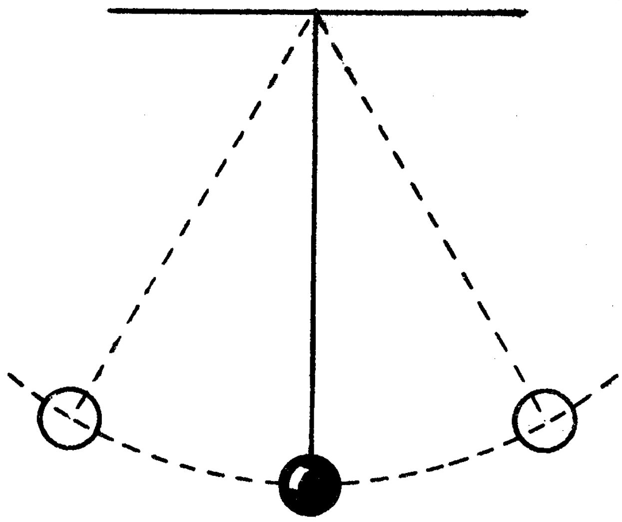
D.S.T. n°2 Lundi 3 avril 2023

Indications Durée 2 heures - calculatrice autorisée

Compétences évaluées Chercher - représenter - calculer - raisonner - communiquer

Exercice 1

Le pendule de Foucault est un dispositif qui a permis au 19ème siècle de montrer la rotation de la Terre sur elle-même. Il est installé au Panthéon de Paris et on peut le retrouver au musée des Arts et Métiers à Paris ainsi que des répliques dans d'autres musées.



Le pendule est constituée d'une grosse masse M attachée à une longue tige de longueur l. Lorsque ce pendule oscille, sa période, notée T, est la durée qui s'écoule entre deux passages dans le même sens, à la verticale.
Une démonstration permet de lier cette période T en fonction de la longueur l de la tige par la fonction $T(l) = 2\sqrt{l}$.
Au Panthéon de Paris, la longueur l a été mesurée et vaut $l = 67$ m.

Q1 **Calculer** la période T du pendule au Panthéon de Paris.

Q2 Un autre pendule situé dans un autre musé a une période 3 s. **Justifier** que le problème pour déterminer la longueur de ce pendule revient à résoudre l'équation $\sqrt{l} = 1,5$.

Q3 **Résoudre** graphiquement cette équation et **conclure**.

Exercice 2

On souhaite résoudre des inéquations à l'aide des fonctions de référence.

Q1 **Citer** cinq fonctions de référence de son choix.

Q2 A partir des fonctions de référence connues, **résoudre** graphiquement les quatre inéquations suivantes :

$$\frac{2}{x} \leqslant 3 \qquad -3x^2 + 9 < 0 \qquad 2\sqrt{x} \geqslant 8 \qquad \frac{3}{x} + 1 \leqslant \frac{4}{x}$$

Exercice 3

On considère trois points A, B et C non alignés. On définit le point P tel que $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right)$.

Q1 **Faire** une figure avec les points A, B, C, P et Q.

Q2 **Emettre** une conjecture sur les points P, A et Q.

Q3 En utilisant l'égalité $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$, **exprimer** $\overrightarrow{AQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

Q4 **Démontrer** ou **invalider** la conjecture faire à la Q2.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $D_f = [-5;-1[\cup]-1;1[\cup]1;5]$ par $f(x) = \dfrac{-2}{x^2-1} + 1$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère (O,x,y).

Q1 **Résoudre** l'équation $x^2 = 1$ et **montrer** que les valeurs $x = -1$ et $x = 1$ sont bien les valeurs interdites de l'ensemble de défintion D_f.

Q2 **Etudier** la parité de f sur D_f et en **déduire** une caractéristique géométrique de la courbe (C_f).

Q3 **Etudier** les variations de f sur l'intervalle $[-5;-1[$.

Q4 Les variations de la fonction f sur les autres intervalles peuvent être déterminer à partir du graphique (situé en annexe 1) sur lequel on a représenté la courbe (C_f). **Dresser** le tableau des variations de f sur l'intervalle D_f.

Exercice 5

On considère les fonction g et h définies sur $\mathbb{R}$ dont les courbes représentatives respectives (C_g) et (C_h) sont représentées (en partie) dans un repère (O,x,y) situé en annexe 2.

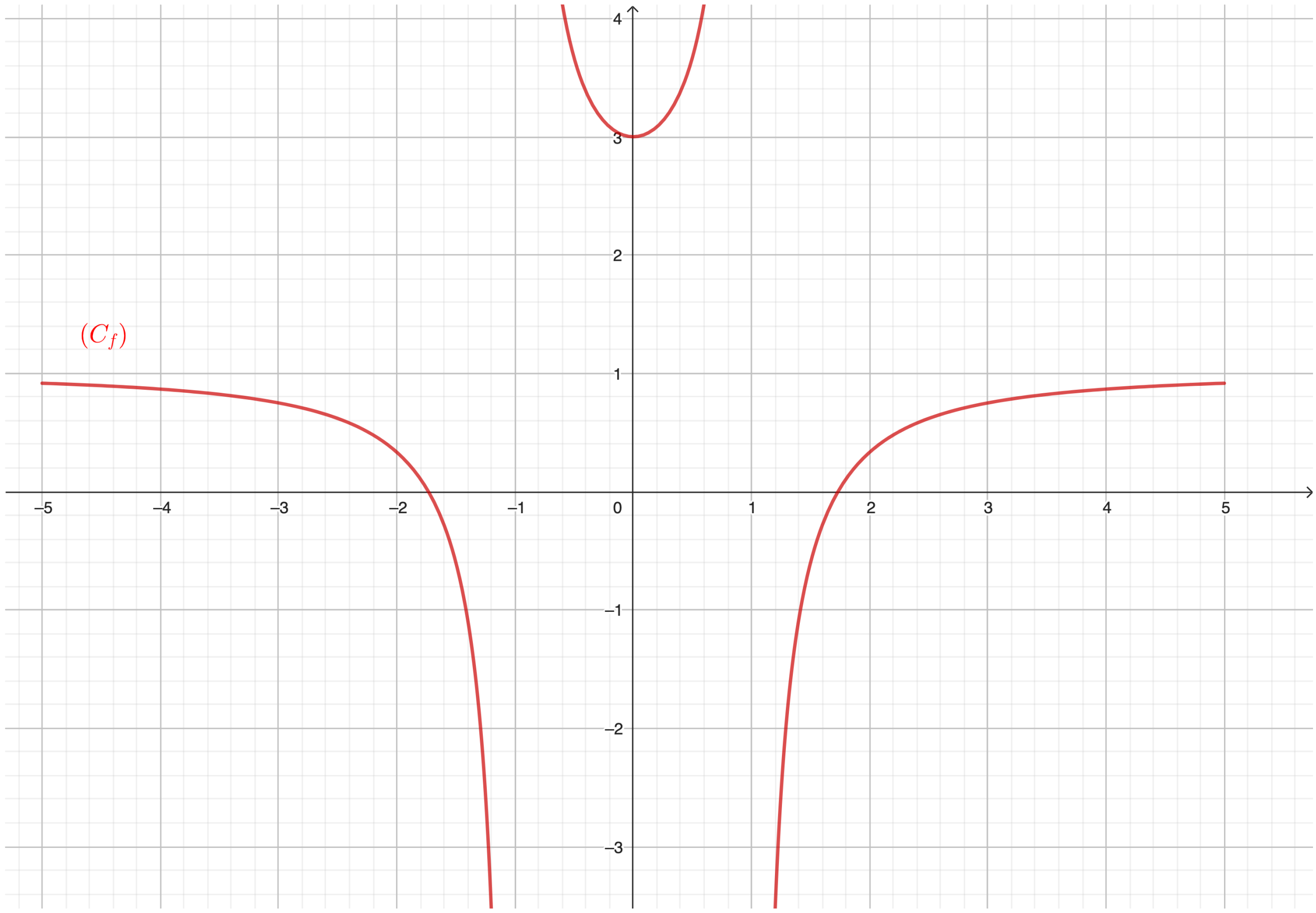
Q1 **Donner** la nature de la fonction g.

Q2 **Déterminer** le taux d'accroissement de la fonction g et en **déduire** sa forme algébrique.

Q3 **Indiquer** la parité de g sur l'intervalle $\mathbb{R}$.

Q4 **Dresser** le tableau de variations de h.

ANNEXE 1



ANNEXE 2