MATHEMATIQUES - 2nde Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°1 - Correction Lundi 19 septembre 2021

Exercice 1

Question 1 : Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $J \cap K$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à la fois à J et à K. Ce qui donne $J \cap K = \left[\frac{-1}{2}; 2\right[$.

Question 2 : Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $I \cap K$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à la fois à I et à K. Ce qui donne $I \cap K = \varnothing$.

Question 3 : Déterminer l'ensemble des valeurs de x appartenant à l'intervalle $J \cup K$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à J ou à K. Ce qui donne $J \cup K =]-\infty; 2]$.

Exercice 2

Question 1 : Pour montrer que A est un nombre rationnel, on montre qu'il peut s'écrire sour la forme $A = \frac{a}{b}$ avec a et b deux entiers relatifs :

$$A = -1,618$$
$$A = \frac{-1618}{1000}$$

Les nombres $a = -1618$ et $b = 1000$ sont bien des entiers relatifs. Le nombre A s'écrit donc bien sous la forme $A = \frac{a}{b}$. Par conséquent, A est un nombre rationnel.

Question 2 : Pour montrer que B est un nombre décimal, on montre qu'il peut s'écrire sour la forme $B = \frac{a}{10^n}$ avec a un entier relatif et n naturel :

$$B = \frac{37}{40}$$
$$B = \frac{37 \times 25}{40 \times 25}$$
$$B = \frac{925}{1000}$$
$$B = \frac{925}{10^3}$$

Le nombre $a = 925$ est bien un entier relatif et le nombre $n = 3$ est bien un entier naturel. Le nombre B s'écrit donc bien sous la forme $B = \frac{a}{10^n}$. Par conséquent, B est un nombre décimal.

Question 3 : Le nombre C s'écrit avec $\sqrt{2}$. Or, $\sqrt{2}$ n'est ni un décimal, ni un rationnel. C'est un nombre réel. Par conséquent, le nombre C est un nombre réel.

Exercice 3

Question 1 : L'ensemble I est écrit sous forme d'inégalité dont les bornes sont -5 et 12. Le centre de cet interval est donc $c = \frac{7}{2}$. L'écriture de I sous forme de valeur absolue devient donc $|x - \frac{7}{2}| \leqslant r$. Pour déterminer r, il suffit de soustraire par exemple $\frac{7}{2}$ et la première borne -5 et on obtient $r = \frac{7}{2} - (-5)$, ce qui donne $r = \frac{17}{2}$.
Conclusion, l'écriture de I sous forme d'intervalle donne $|x - \frac{7}{2}| \leqslant \frac{17}{2}$.

Question 2 : L'ensemble J est écrit sour forme d'intervalle. Sous forme d'inégalité, cela s'écrit $x > -3$.

Question 3 : L'ensemble K est écrit sous forme graphique. Sous forme d'une phrase, cela donne l'ensemble des nombres strictement inférieurs à 5.

Exercice 4

Question : Démontrons que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal. Pour cela, on raisonne par l'absurde en supposant que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal. Dans ce cas, il existe un entier relatif a et un entier naturel n tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$. Alors, $a = \frac{10^n}{3}$.
Or, une puissance de 10 n'est jamais divisible par 3. la fraction $\frac{10^n}{3}$ n'est donc pas entière. Ainsi, le nombre a ne peut pas être entier, ce qui contredit l'hypothèse de départ.
On en déduit que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

Exercice 5

Question : La représentation des solutions de ces inéquations sous forme d'intervalle donne :
■ Pour $|x-5| \leqslant 5$, le centre de l'intervalle est $c = 5$ et le rayon est $r = 5$. On en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in [0; 10]$.
■ Pour $|x - \frac{1}{2}| > 1$, le centre de l'intervalle est $c = \frac{1}{2}$ et le rayon est $r = 1$. Comme le symbole de l'inéquation est contraire à celui d'infériorité, on en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in \left]-\infty; \frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$
■ Pour $|x+4| < 2$, le centre de l'intervalle est $c = -4$ et le rayon est $r = 2$. On en déduit que l'intervalle est l'ensemble des valeurs de x telles que $x \in]-6; -2[$.