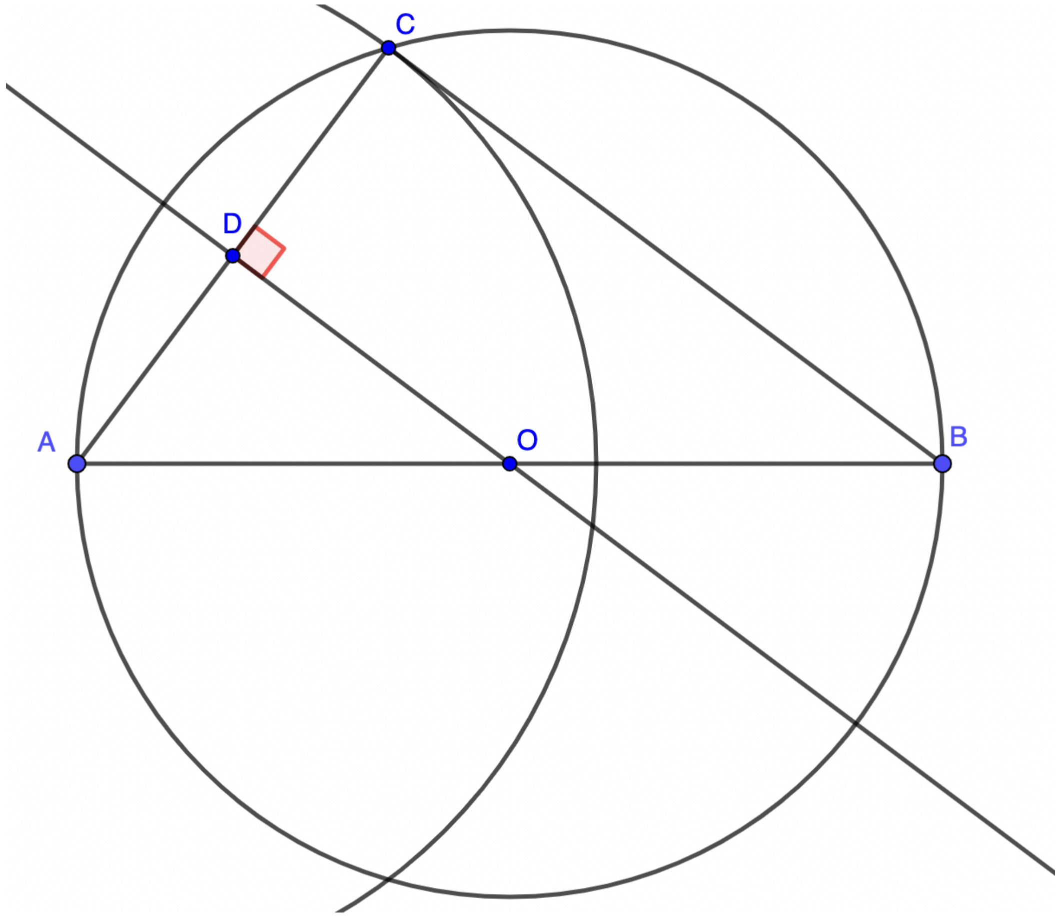
**MATHEMATIQUES - 3ème** Année Scolaire 2021-2022

D.N.B. blanc n°2 - *Correction* Mardi 8 février 2022

**Exercice 1** *(13,5 points)*

**Question A-1 :** *(1 point)* La figure demandée donne :




**Question A-2 :** *(1 point)* Les droites $(AC)$ et $(AB)$ sont sécantes en $A$. Sur ces droites, sont alignés respectivement les points $A$, $D$ et $C$ ainsi que les points $A$, $O$ et $B$. On peut donc utiliser la réciproque du théorème de Thalès :

On. d'une part $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{3}{6}$ car D milieu de $[AC]$ et d'autre part $\dfrac{AO}{AB} = \dfrac{5}{10}$

$$= \frac{1}{2} \qquad\qquad = \frac{1}{2}$$

On remarque que $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AO}{AB}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(DO)$ et $(CB)$ sont parallèles.

**Question A-3 :** *(0,5 point)* Comme $(DO)$ est la médiatrice du $[AC]$ alors la droite $(DO)$ est perpendiculaire à $[AC]$ : le triangle $ADO$ est rectangle en $D$.

**Question A-4 :** *(1,5 point)* Comme le triangle $ADO$ est rectangle en $D$, alors on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AD^2 + DO^2 &= AO^2 \\ DO^2 &= AO^2 - AD^2 \\ DO &= \sqrt{AO^2 - AD^2} \\ DO &= \sqrt{OA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

On obtient bien $DO = 4$ cm.

**Question A-5 :** *(1,5 point)* Dans le triangle $ABC$, nous avons montré que les droites $(DO)$ et $(BC)$ sont parallèles. On peut donc utiliser le théorème de Thalès avec l'égalité :

$$\begin{aligned} \frac{AO}{AB} &= \frac{DO}{CB} \\ CB &= \frac{DO \times AB}{AO} \\ &= \frac{4 \times 10}{5} \\ &= 8 \end{aligned}$$

On obtient bien $CB = 8$ cm.

**Question A-6 :** *(1,5 point)* Pour montrer que le triangle $ABC$ est rectangle en $C$, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore :

On. d'une part :$\begin{aligned} AB^2 &= 10^2 \\ &= 100 \end{aligned}$

et d'autre part $\begin{aligned} AC^2 + CB^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \end{aligned}$

On remarque que $AB^2 = AC^2 + CB^2$. Alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ABC$ est rectangle.

**Question A-7 :** *(1,5 point)* Comme le triangle $ABC$ est rectangle en $C$, on peut utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned}\cos\left(\widehat{BAC}\right) &= \frac{AC}{AB}\\ \widehat{BAC} &= \arccos\left(\frac{AC}{AB}\right)\\ \widehat{BAC} &= \arccos\left(\frac{6}{10}\right)\\ \widehat{BAC} &\simeq 53,13\end{aligned}$$

L'angle $\widehat{BAC}$ est de 53,13°.

**Question B-1 :** *(0,5 point)* D'après le tableau de l'énoncé, le nombre de mesures effectuées est de 10.

**Question B-2 :** *(1 point)* L'étendue des mesures se calcule en effectuant la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale. On obtient une étendue de $72-52=20$°.

**Question B-3 :** *(1,5 point)* La mesure moyenne noté par exemple $m$ se calcule par $m=\dfrac{53,1+52,9+...}{10}$, ce qui donne $m=\dfrac{547,5}{10}$, soit une moyenne de 54,75°.

**Question B-4 :** *(1 point)* La mesure médiane s'obtient en effectuant la valeur moyenne de la cinquième et sixième mesure, rangées dans l'ordre croissant. Ce qui donne une mesure médiane de $\dfrac{53+53}{2}=53$°.

**Question B-5 :** *(1 point)* La mesure médiane est plus représentative que la mesure moyenne car dans ce cas d'exercice, elle permet de se séparer des valeurs marginales de la liste : la valeur 72 semble être une valeur erronée.

## Exercice 2 *(4,5 points)*

**Question 1 :** *(1,5 point)* L'expression $C$ développée et réduite donne :

$$\begin{aligned}C &= (3x-1)(2-x)-(x+4)(x-4)\\ &= 3x\times 2-3x\times x-1\times 2-1\times(-x)-\left(x^2-4^2\right)\\ &= 6x-3x^2-2+x-x^2+4^2\\ &= -4x^2+7x+14\end{aligned}$$

**Question 2 :** *(1,5 point)* La factorisation de l'expression $D$ donne :

$$\begin{aligned} D &= (2t+3)(2t-1)-(3t+1)(2t-1) \\ &= (2t-1)[(2t+3)-(3t+1)] \\ &= (2t-1)(2t+3-3t-1) \\ &= (2t-1)(-t+2) \\ &= -(2t-1)(t-2) \end{aligned}$$

**Question 3 :** *(1,5 point)* La factorisation de l'expression $E$ donne :

$$\begin{aligned} E &= 81y^2+4-36y \\ &= (9y-2)^2 \end{aligned}$$

**Exercice 3** *(4 points)*

**Question 1 :** *(1,5 point)* Les trois étoiles citées ont pour distance au Soleil $40,7\times10^{12}$ , $404\times10^{11}$ et $10,61\times10^{13}$. En les écrivant avec la même puissance de 10, cela donne $407\times10^{11}$, $404\times10^{11}$ et $1061\times10^{11}$. La valeur la plus petite est $404\times10^{11}$. Il s'agit de Proxima du Centaure. C'est l'origine de son nom car c'est l'étoile la plus à proximité du Soleil.

**Question 2 :** *(1 point)* La distance moyenne entre la Terre et le Soleil est $d = 149,5\times10^6$ km. En écriture scientifique, cela donne :

$$\begin{aligned} d &= 149,5\times10^6 \\ &= 1,495\times10^2\times10^6 \\ &= 1,495\times10^{2+6} \\ &= 1,495\times10^8 \end{aligned}$$

La distance est $d = 1,495\times10^8$ km.

**Question 3 :** *(1,5 point)* Le quotient $\dfrac{d}{R}$ donne :

$$\begin{aligned} \frac{d}{R} &= \frac{1,495\times10^8}{6400} \\ &= \frac{1,495\times10^8}{6,4\times10^3} \\ &= \frac{1,495}{6,4}\times10^{8-3} \\ &= 0,2335\times10^5 \\ &= 2,335\times10^4 \end{aligned}$$

Le rapport demandé est de $2,335\times10^5$

**Exercice 4** *(6 points)*

**Question 1 :** *(2 points)* Deux droites perpendiculaires à une troisième droite, sont parallèles. Ici, les droites $(CA)$ et $(DF)$ sont perpendiculaires à la même droite $(AB)$. Elles sont donc parallèles.

**Question 2 :** *(2 points)* La droite $(EF)$ est parallèle au troisième côté $[CA]$ du triangle $BCA$. Nous sommes donc dans une configuration de Thalès : les longueurs des côtés des deux triangles formés sont proportionnels deux à deux. Les triangles sont donc semblables. Nous aurions pu aussi travailler avec les angles. Les deux triangles ont deux angles égaux : $\widehat{BCA} = \widehat{BEF}$ et $\widehat{CAB} = \widehat{EFB}$. Les triangles ont donc les mêmes angles.

**Question 3 :** *(2 points)* Comme les triangles $DCE$ et $BCA$ sont semblables, alors $\widehat{CDE} = \widehat{FBE}$. Comme $\widehat{FBE} = 31°$alors $\widehat{CDE} = 31°$.

**Exercice 5** *(11 points)*

**Question A-1 :** *(1,5 point)* D'après le schéma, le triangle $ABC$ est rectangle en $A$. On peut donc utiliser le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 + AB^2 &= BC^2 \\ AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ AC &= \sqrt{BC^2 - AB^2} \\ &= \sqrt{90^2 - 54^2} \\ &= \sqrt{5184} \\ &= 72 \end{aligned}$$

La longueur de $[AC]$ est bien de 72 m.

**Question A-2 :** *(1 point)* Le périmètre $P$ du quadrilatère se calcule par :

$$\begin{aligned} P &= AB + BC + CD + DA \\ &= 54 + 90 + 96 + 120 \\ &= 360 \end{aligned}$$

Le périmètre est bien de 360 m.

**Question A-3 :** *(1,5 point)* Montrons que le triangle $ADC$ est un triangle rectangle :

On a d'une part $AC^2 + CD^2 = 72^2 + 96^2 = 14400$ et d'autre part $AD^2 = 120^2 = 14400$

On remarque que $AC^2 + CD^2 = AD^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ACD$ est rectangle.

**Question A-4 :** *(1 point)* L'aire $\mathscr{A}$ du quadrilatère $ABCD$ se calcule par :

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \mathscr{A}_{ABC} + \mathscr{A}_{ACD}\\ &= \frac{AC \times AB}{2} + \frac{AC \times CD}{2}\\ &= \frac{72 \times 54}{2} + \frac{72 \times 96}{2}\\ &= 5400\end{aligned}$$

L'aire est de 5400 m$^2$.

**Question B-1 :** *(1 point)* La décomposition des nombres 54, 90, 96 et 120 en facteur de nombres premiers donne :

$$\begin{aligned}54 &= 2 \times 27\\ &= 2 \times 3^3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}90 &= 2 \times 45\\ &= 2 \times 9 \times 5\\ &= 2 \times 3^2 \times 5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}96 &= 2 \times 48\\ &= 2 \times 6 \times 8\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 2^3\\ &= 2^5 \times 3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}120 &= 2 \times 60\\ &= 2 \times 6 \times 10\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5\\ &= 2^3 \times 3 \times 5\end{aligned}$$

**Question B-2 :** *(1 point)* Pour chaque nombre, le plus petit diviseur commun est $2 \times 3 = 6$. Cela correspond à la plus petite valeur commune de la division de chaque distance. Il peut donc bien espacer les piquets de 6 m au maximum.

**Question B-3 :** *(1,5 point)* Pour chaque côté, le nombre de piquets donne :

| Pour $[AB]$ : | Pour $[BC]$ : | Pour $[CD]$ : | Pour $[DA]$ : |
|---|---|---|---|
| $AB = 6 \times 3^2$ | $BC = 6 \times 15$ | $CD = 6 \times 16$ | $DA = 6 \times 20$ |
| 9 piquets | 15 piquets | 16 piquets | 20 piquets |

Au total, on a $9 + 15 + 16 + 20 = 60$ piquets.

**Question C-1 :** *(1,5 point)* Les piquets sont vendus par lot de 12. Comme il faut 60 piquets, il faudra $\frac{360}{12} = 5$ lots de piquets à 13€. De plus, le périmètre du champ est de 360 m. Comme le grillage est vendu par rouleau de 50 m, il faudra $\frac{360}{50} = 7,2$ soit 8 rouleaux à 1€le mètre. Cela donne ai total $5 \times 13 + 8 \times 50 = 465$€minimum.

**Question C-2 :** *(1 point)* La remise de 15% sur la totalité amène le prix final à :

$$465 - \frac{15 \times 465}{100} = 395,25 \text{ €}$$

Avec un budget de 400€, Paul-Antoine peut clôturer son champ.