MATHEMATIQUES - 3ème Année Scolaire 2021-2022

D.N.B. blanc n°3 - *Correction* Mardi 10 mai 2022

Exercice 1 *(10 points)*

Affirmation 1 : *(2 points)* Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.

$$h(t) = (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7)$$
$$h(t) = -5t^2 - (-5t) \times 3{,}7 - 1{,}35t - (-1{,}35) \times 3{,}7$$
$$h(t) = -5t^2 + 18{,}5t - 1{,}35t + 4{,}995$$
$$h(t) = -5t^2 + 17{,}15t + 4{,}995$$

L'affirmation est fausse.

Affirmation 2 : *(2 points)* Gaëtan quitte la rampe au temps $t = 0$ s, donc la hauteur est égale à $h(0)$. Graphiquement, on lit $h(0) = 5$ m (avec la précision permise par le graphique).
L'affirmation est fausse.

Affirmation 3 : *(2 points)* Sur la représentation graphique de la fonction h, on peut remarquer que la hauteur revient à 0 entre 3,5 s et 4 s.
L'affirmation est vraie.

Affirmation 4 : *(2 points)* On calcule $h(3{,}55)$:

$$h(3{,}5) = (-5 \times 3{,}5 - 1{,}35)(3{,}5 - 3{,}7)$$
$$h(3{,}5) = (-5 \times 3{,}5 - -1{,}35)(3{,}5 - 3{,}7)$$
$$h(3{,}5) = -18{,}85 \times (-0{,}2)$$
$$h(3{,}5) = 3{,}77$$

L'affirmation est vraie.

Affirmation 5 : *(2 points)* Sur la représentation graphique de la fonction h, on peut remarquer que le point le plus haut de la fonction (donc la hauteur maximale) est situé entre 1,5 s et 2 s.
L'affirmation est fausse.

Exercice 2 *(9 points)*

Question 1 : *(1,5 point)* Au plus 12 cm signifie que les plantules mesurent au maximum 12 cm, donc on doit compter toutes les plantules qui ont une taille inférieure ou égale à 12 cm, soit 0, 8 et 12 cm : $1+2+2=5$. Il y a 5 plantules qui mesurent au plus 12 cm.

Question 2 : *(1 point)* L'étendue notée e est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série :

$$e = taille_{max} - taille_{min}$$
$$e = 22 - 0$$
$$e = 22$$

L'étendue de la série est égale à 22 cm.

Question 3 : *(2 points)* La moyenne m se calcule par :

$$m = \frac{0 \times 1 + 8 \times 2 + 12 \times 2 + ...}{1 + 2 + 2 + ...}$$
$$m = \frac{481}{29}$$
$$m \simeq 16,5862$$

La taille moyenne des plantules est égale à environ 16,6 cm.

Question 4 : *(2,5 points)* L'effectif total est égal à 29, donc la médiane de la série est la 15$^{\text{ème}}$ valeur de cette série. (Comme l'effectif est impair, on calcule $\frac{29}{2} = 14,5$, la série est donc partagée en 2 groupes d'effectif 14 séparés par la 15$^{\text{ème}}$ valeur)
La médiane de cette série est égale à 18 cm.
Interprétation : cela signifie qu'il y a autant de plantules qui ont une taille inférieure ou égale à 18 cm que de plantules qui ont une taille supérieure ou égale à 18 cm.

Question 5 : *(2 points)* $4+2+2+3+3+4+4+2=24$, donc il y a 24 élèves sur les 29 qui ont respecté le protocole. Cela correspond à un pourcentage de $\frac{24}{29} \times 100 \simeq 82,75862$.
Il y a environ 82,8% des élèves qui ont bien respecté le protocole.

Exercice 3 *(9 points)*

Question 1a : *(3 points)* Pour montrer que les droites sont parallèles, on utilise la réciproque du théorème de Thalès :
On sait que les points E, B, C d'une part et D, B, A d'autre part sont alignés dans le même ordre.

On a d'une part $\dfrac{BC}{BE} = \dfrac{2,8}{2,1} = \dfrac{4}{3}$ et d'autre part $\dfrac{BA}{BD} = \dfrac{2,4}{1,8} = \dfrac{4}{3}$

On remarque que $\dfrac{BC}{BE} = \dfrac{BA}{BD}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

Question 1b : *(3 points)* On sait que les points E, B, C d'une part et D, B, A d'autre part sont alignés dans le même ordre, et que les droites (DE) et (AC) sont parallèles. On peut donc utiliser le théorème de Thalès : $\dfrac{BE}{BC} = \dfrac{BD}{BA} = \dfrac{ED}{CA}$. Donc les côtés des triangles BED et BAC sont proportionnels.
On sait que les côtés des triangles BED et BAC sont proportionnels. Or si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés proportionnelles, alors ces triangles sont semblables. Donc les triangles BED et BAC sont semblables.

Question 2 : *(2 points)* Les triangles BED et BAC sont semblables, et on a $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{3}{4}$ donc $BD = \dfrac{3}{4}BA$.
Le triangle BED est une réduction du triangle BAC de coefficient $\dfrac{3}{4}$. D'où :

$$A_{BED} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times A_{BAC}$$
$$A_{BED} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 3,02$$
$$A_{BED} = 1,69875$$

L'aire du triangle BED est environ égale à 1,70 cm^2.

Question 3 : *(2 points)* Les triangles BED et BAC sont semblables. Or si deux triangles sont semblables, alors leurs angles sont deux à deux égaux : $\widehat{BCA} = \widehat{BED}$, $\widehat{ABC} = \widehat{EBD}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{BDE}$
D'où $\widehat{BDE} = 65°$.

Question 4 : *(2 points)* Le point invariant dans la transformation est le point B, donc c'est le centre de l'homothétie. On a vu à la question 2 que le triangle BED est une réduction du triangle BAC de coefficient $\dfrac{3}{4}$, et les triangles BED et BAC sont de part et d'autre du point B, donc le coefficient de l'homothétie est négatif.
Donc le triangle BED est l'image du triangle BAC par l'homothétie de centre B et de coefficient $\dfrac{-3}{4}$.

Exercice 4 *(7,5 points)*

Question 1 : *(2 points)* Le télésiège fonctionne de 9h à 16h, c'est-à-dire pendant 7h, et le débit maximum est égal à 3 000 skieurs par heure. Comme $3000\times = 21000$, alors 21 000 skieurs peuvent prendre le télésiège pendant une journée de vacances d'hiver.

Question 2 : *(2,5 points)* La distance d parcourue par le télésiège est égale à 1 453 m, et sa vitesse v est égale à 5,5 m.s^{-1}. On a alors :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} \\ t &= \frac{d}{v} \\ t &= \frac{1453}{5,5} \\ t &\simeq 264,18 \end{aligned}$$

La durée du trajet d'un skieur est égale à environ 264 s, soit 4 min 24 s.

Question 3 : *(3 points)* On sait que le triangle DAV est rectangle en V. On peut donc utiliser les formules de trigonométrie :

$$\begin{aligned} \sin\left(\widehat{ADV}\right) &= \frac{AV}{AD} \\ \widehat{ADV} &= \arcsin\left(\frac{AV}{AD}\right) \\ \widehat{ADV} &= \arcsin\left(\frac{422}{1453}\right) \\ \widehat{ADV} &\simeq 16,88 \end{aligned}$$

Le câble du télésiège forme un angle d'environ 17°avec l'horizontale.

Exercice 5 *(6 points)*

Question 1 : *(1 point)* On effectue donc le calcul suivant : $2^2 - 9 = 4 - 9$, ce qui donne -5. Si on choisit 2 comme nombre de départ le programme renvoie -5.

Question 2a : *(1,5 point)* On effectue donc le calcul suivant : $5^2 - 9 = 25 - 9$, ce qui donne 16. Si on choisit 5 comme nombre de départ le programme renvoie 16.

Question 2b : *(1,5 point)* On effectue donc le calcul suivant : $(-4)^2 - 9 = 16 - 9$, ce qui donne 7. Si on choisit -4 comme nombre de départ le programme renvoie 7.

Question 3 : *(2 points)* On appelle n le nombre de départ. On effectue donc le calcul suivant : $n^2 - 9$. On cherche donc à résoudre l'équation $n^2 - 9 = 0$:

$$\begin{aligned} n^2 - 9 &= 0 \\ (n-3)(n+3) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un d'eux est nul. On arrive donc d'une part à $n - 3 = 0$ et d'autre part $n + 3 = 0$. Ce qui donne $n = 3$ ou $n = -3$. Pour que le programme renvoie 0, il faut choisir 3 ou -3 comme nombre de départ.

Exercice 6 *(5,5 points)*

Question : *(5,5 points)* On appelle n le nombre de voyages effectués par an par Sophie.
Avec le tarif A, Sophie va payer par an : $40 \times n = 40n$.
Avec le tarif B, Sophie va payer par an : $20 \times n + 442 = 20n + 442$.
On cherche n pour que, par exemple, le tarif A soit le plus avantageux, donc on obtient l'inéquation suivante :

$$\begin{aligned} 40n &< 20n + 442 \\ 40n - 20n &< 442 \\ n &< \frac{442}{20} \\ n &< 22,1 \end{aligned}$$

Jusqu'à 22 voyages par an, le tarif A est le plus avantageux ; à partir de 23 voyages par an, le tarif B est le plus avantageux.