MATHEMATIQUES - 2nde

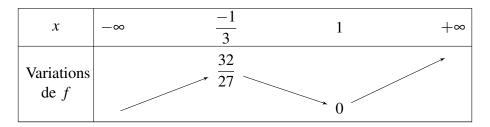
Année Scolaire 2021-2022

Evaluation n°7

Mardi 29 mars 2022

Exercice 1

Question 1 : D'après l'allure de la courbe C_f dans le repère, le tableau de variations de f sur \mathbb{R} donne :



Question 2 : La courbe C_g est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère : la fonction g est donc une fonction affine. Ensuite, la courbe C_h est une droite qui passe par l'origine du repère : la fonction h est donc une fonction linéaire. Enfin, la courbe C_k est une droite qui ne passe par l'origine du repère : la fonction k est donc une fonction affine.

Question 3 : Pour la fonction g, le taux d'accroissement noté m_g est $m_g = 3$: pour un décalage d'une unité sur l'axe des x, celui sur l'axe y est de 3. Autrement, on peut aussi le calculer avec deux points B(-2;0) et C(-1;3) par :

$$m_g = \frac{g(x_C) - g(x_B)}{x_C - x_B}$$
$$= \frac{3 - 0}{-1 - (-2)}$$
$$= 3$$

De la même façon pour la fonction h, on obtient $m_h = -2$ et pour la fonction k, on obtient $m_k = \frac{1}{2}$.

Question 4 : La forme algébrique de la fonction k s'écrit $k(x) = m_k x + p_k$.

On sait déjà que $m_k = \frac{1}{2}$. Ensuite, le point d'intersection de la courbe C_k avec l'axe des ordonnées et le point de coordonnées (0; -1). On en déduit donc que $p_k = -1$.

On en conclut la forme algébrique de la fonction $k: k(x) = \frac{1}{2}x - 1$.

Exercice 2

Question 1 : La fonction f est écrite sous forme fractionnaire dans laquelle le dénominateur ne doit pas être nul. Par conséquent, on résout l'inéquation $(1-x)^2 \neq 0$:

$$(1-x)^2 \neq 0$$
$$1-x \neq 0$$
$$x \neq 1$$

L'ensemble de définition de f est donc l'ensemble des réels privé de l'élément 1. Ce qui peut s'écrire par $D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.

Question 2 : Pour étudier les variations de f sur $]-\infty;1[$, on considère deux nombres a et b de $]-\infty;1[$ tels que a < b. On a alors :

$$a < b$$

$$-a > -b$$

$$1 - a > 1 - b$$

$$(1 - a)^{2} > (1 - b)^{2} \text{ car } 1 - x > 0$$

$$\frac{1}{(1 - a)^{2}} < \frac{1}{(1 - b)^{2}}$$

$$f(a) < f(b)$$

On remarque que f(a) < f(b) avec a < b sur $]-\infty;1[$. On en déduit que f est croissante sur $]-\infty;1[$.

Question 3 : Pour étudier les variations de f sur $]1; +\infty[$, on considère deux nombres a et b de $]1; +\infty[$ tels que a < b. On a alors :

$$a < b$$

$$-a > -b$$

$$1 - a > 1 - b$$

$$(1 - a)^{2} < (1 - b)^{2} \text{ car } 1 - x < 0$$

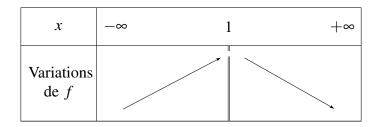
$$\frac{1}{(1 - a)^{2}} > \frac{1}{(1 - b)^{2}}$$

$$f(a) > f(b)$$

On remarque que f(a) > f(b) avec a < b sur $]1; +\infty[$. On en déduit que f est décroissante sur $]1; +\infty[$.



Question 4 : Le tableau de variations de f sur D_f donne :



Question 5 : L'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$. Il n'est pas centré en 0. La fonction ne peut donc être paire ou impaire.

Exercice 3

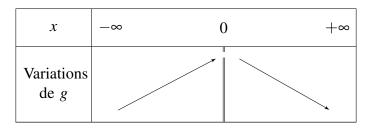
Question 1 : Etudions la parité de g sur son ensemble de définition. Celui-ci est contré en 0.

Comme $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3}x^2}$ alors :

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{3}x^2}$$
$$g(-x) = \frac{1}{\sqrt{3}(-x)^2}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3}x^2}$$

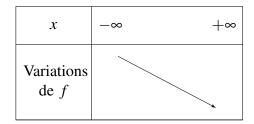
On remarque que g(x) = g(-x) pour tout x de D_g , on en déduit que g est paire.

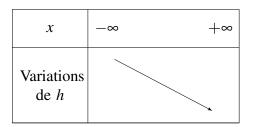
Question 2 : Le tableau de variations de *g* sur son ensemble de définition donne :





Question 3 : Les deux fonctions f et h s'écrivent sous la forme y = mx + p. Ce sont des fonctions affines. Leurs variations dépendent de leurs taux d'accroissement qui sont respectivement -2 et -3. Ils sont tous les deux négatifs. Par conséquent, les deux fonctions sont toutes les deux décroissantes sur leur intervalle de définition. Les tableaux de variations des fonctions f et h donnent donc :





Question 4 : La résolution algébrique de l'équation f(x) = h(x) donne :

$$f(x) = h(x)$$
$$-2x + 1 = -3x + 2$$
$$-2x + 3x = -1 + 2$$
$$x = 1$$

La solution de l'équation est x = 1.