MATHEMATIQUES - 2nde — Année Scolaire 2021-2022

Evaluation n°3 (D.S.T. n°1) - *Correction* — Vendredi 12 novembre 2021

Exercice 1

Question : Le développement et la réduction des trois expressions donnent :

$$\begin{aligned} A &= 2x\left(1-\sqrt{7}x\right)^2 \\ &= 2x\left(1-2\sqrt{7}x+7x^2\right) \\ &= 2x-4\sqrt{7}x^2+14x^3 \\ &= 14x^3-4\sqrt{7}x^2+2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(5x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+5x\right) \\ &= \left(5x-\frac{1}{2}\right)\left(5x+\frac{1}{2}\right) \\ &= 25x^2-\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3x-\left(1-x^2\right)+7x \\ &= 3x-1+x^2+7x \\ &= x^2+10x-1 \end{aligned}$$

Exercice 2

Question : Les factorisations, quand elles sont possibles donnent :

$D = 9x^2+4$

D n'est pas factorisable
car pas de facteur commun
ni d'identité remarquable

$$\begin{aligned} E &= 25x^2-16+(5x-4)(3x-2) \\ E &= (5x-4)(5x+4)+(5x-4)(3x-2) \\ &= (5x-4)\left[(5x+4)+(3x-2)\right] \\ &= (5x-4)(5x+4+3x-2) \\ &= (5x-4)(8x+2) \\ &= 2(5x-4)(4x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 4x^2-12x+9 \\ F &= (2x-3)^2 \end{aligned}$$

Exercice 3

Question 1-2-3 : Les écritures demandées donnent :

$$\begin{aligned} G &= 2-\frac{3}{2x+1} \\ &= \frac{2(2x+1)-3}{2x+1} \\ &= \frac{4x+2-3}{2x+1} \\ &= \frac{4x-1}{2x+1} \\ &= \frac{4x-1}{2x+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= \left(3-2\sqrt{3}\right)^2 \\ &= 3^2-2\times 3\times 2\sqrt{3}+\left(2\sqrt{3}\right)^2 \\ &= 9-12\sqrt{3}+4\times 3 \\ &= 21-12\sqrt{3} \\ &= 21-12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{ab^4}{a(ab)^4}} \\ &= \sqrt{\frac{\cancel{a}b^4}{\cancel{a}a^4b^4}} \\ &= \sqrt{\frac{\cancel{b^4}}{a^4\cancel{b^4}}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{a^4}} \\ &= \frac{1}{a^2} \end{aligned}$$

Exercice 4

Question : L'inéquation $|x+\frac{1}{7}|>7$ peut s'écrire $|x-\frac{-1}{7}|>7$.

Ainsi, le centre de l'intervalle de référence est $a=\frac{-1}{7}$ et le rayon de cet intervalle est $r=7$. Ainsi, puisque l'inéquation impose des valeurs plus grandes que le rayon r, l'ensemble des points d'abscisse x vérifient l'intervalle $\left]-\infty;\frac{-1}{7}-7\right[\cup\left]\frac{-1}{7}+7;+\infty\right[$, ce qui donne finalement l'intervalle $\left]-\infty;\frac{-50}{7}\right[\cup\left]\frac{48}{7};+\infty\right[$.

Exercice 5 *(4,5 points)*

Question : Pour démontrer que $ABCD$ est un carré, il faut montrer que $AB=BC$:

On a d'une part
$$\begin{aligned}AB&=\sqrt{200}-\sqrt{98}\\&=\sqrt{2\times100}-\sqrt{2\times49}\\&=10\sqrt{2}-7\sqrt{2}\\&=3\sqrt{2}\end{aligned}$$

et d'autre part
$$\begin{aligned}BC&=\frac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}}-\sqrt{8}\\&=\frac{\sqrt{2\times7\times25}}{\sqrt{7}}-\sqrt{2\times4}\\&=\frac{5\sqrt{2}\times\cancel{\sqrt{7}}}{\cancel{\sqrt{7}}}-2\sqrt{2}\\&=5\sqrt{2}-2\sqrt{2}\\&=3\sqrt{2}\end{aligned}$$

On arrive bien à $AB=BC$: le rectangle $ABCD$ est un carré.
Le calcul de son aire A s'effectue par :

$$\begin{aligned}A&=AB^2\\&=\left(3\sqrt{2}\right)^2\\&=9\times2\\&=18\end{aligned}$$

L'aire du carré est de 18 m^2.

Exercice 6

Question 1 : Comme $3>0$, la fonction $f(3,1,-2)$ renvoie $f(3,1,-2)=3+1-2$ soit $f(3,1,-2)=2$.

Question 2 : Comme $-3<0$, la fonction $f(-3,-1,2)$ renvoie $f(-3,-1,2)=-3\times1\times(-2)$ soit $f(-3,-1,2)=6$.

Question 3 : SI la variable x est négative, la fonction renvoie la somme des trois variables. Sinon, elle renvoie le produit des trois variables.

Exercice 7 *(5,5 points)*

Question 1 : L'ensemble A décrit des valeurs à la fois strictement inférieures à 4 et strictement strictement supérieures à 1. Cela s'écrit $A =]1;4[$.

Question 2 : L'inéquation $|x-7| \leqslant 4$. donne un intervalle de référence dont le centre est $a = 7$ et un rayon $r = 4$; Cela donne l'intervalle $B = [3;11]$.

Question 3 : Déterminer l'ensemble $A \cap B$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à la fois à A et B. Ce qui donne $A \cap B = [3;4[$. Déterminer l'ensemble $A \cup B$ revient à déterminer l'ensemble des valeurs de x qui appartiennent à A ou à B. Ce qui donne $A \cup B =]1;11]$.

Exercice 8

Question 1 : Si la valeur 3 est entrée pour la variable x, alors la variable A obtient la valeur $A = 5 \times 3 + 2$ soit $A = 17$. Ensuite, la variable B obtient la valeur $B = 2 \times 3 + 4$ soit $B = 10$. Ensuite, la variable C obtient la valeur $C = 3 \times 3 - 1$ soit $C = 8$. Pour terminer la variable D obtient la valeur $D = 17 \times 10 \div 8$, ce qui donne $D = \frac{170}{8}$. Le programme affiche la valeur $\frac{85}{4}$.

Question 2 : Ce programme ne fonctionne pas pour toutes les valeurs de x car la variable C, qui est au dénominateur du calcul de la variable D, ne doit pas être nulle. Donc la variable x ne doit pas être égale à $\frac{1}{3}$.

Question 3 : Le programme ré-écrit donne :

Saisir x	
$A \longleftarrow 5 \times x + 2$	
$B \longleftarrow 2 \times x + 4$	
$C \longleftarrow 3 \times x - 1$	
Si x=1/3 alors	Afficher (Calcul impossible : la valeur entrée est une valeur interdite)
sinon	$D \longleftarrow \frac{AB}{C}$
	Afficher D

Question 4 : Pour obtenir 0 en résultat final, il faut que A ou B soit nul :

$$\begin{aligned} A &= 0 \\ 5x+2 &= 0 \\ x &= \frac{-2}{5} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} B &= 0 \\ 2x+4 &= 0 \\ x &= \frac{-4}{2} \end{aligned}$$

Ce qui donne soit $x = \frac{-2}{5}$ ou soit $x = -2$.