Correction de l'évaluation n°5 de mathématiques du mardi 10 novembre 2020

Exercice 1

Question 1 : La reproduction est faite à l'échelle $\dfrac{1}{300}$.
La dimension de 317 m sera de $317 \times \dfrac{1}{300}$ soit de 1,06 m.
La dimension de 279 m sera de $279 \times \dfrac{1}{300}$ soit de 0,93 m.
La dimension de 32 m sera de $32 \times \dfrac{1}{300}$ soit de 0,11 m.

Question 2 : De la même façon, si la superficie d'origine est de 69500 m^2, alors la reproduction aura une superficie de $69500 \times \left(\dfrac{1}{300}\right)^2$ soit de 0,77 m^2.

Exercice 2

Question 1 : Pour montrer que le triangle ABC est rectangle, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore. Le plus grand côté est le segment $[BC]$.

On a d'une part $BC^2 = 17^2 = 289$

et d'autre part $AC^2 + AB^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$

On remarque que $BC^2 = AC^2 + AB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle.

Question 2 : Dans les triangles ABC et EDC, observe que $\widehat{BAC} = \widehat{EDC}$ et que $\widehat{ACB} = \widehat{ECD}$. On a alors deux triangles qui ont deux angles égaux : les deux triangles ABC et EDC sont donc semblables.

Question 3 : Pour calculer le périmètre du triangle EDC, il faut connaître les longueurs EC et ED. Comme les triangles ABC et EDC sont semblables, leurs côtés sont proportionnels. Ainsi, $BC = kEC$; $AB = kED$ et $AC = kDC$. Le coefficient de proportionnalité k se calcule par $k = \dfrac{AC}{DC}$ soit $k = \dfrac{15}{6,8}$. Ainsi :

$$EC = \frac{BC}{k} = \frac{17 \times 6,8}{15} \simeq 7,7$$

$$ED = \frac{AB}{k} = \frac{8 \times 6,8}{15} \simeq 3,6$$

Ainsi, le périmètre se calcule par $6,8 + 7,7 + 3,6 = 18,1$. Le périmètre est de 18,1 cm.

Exercice 3

Question 1 : Comme les points G, F, E et D sont alignés, la longueur GD se calcule par :

$$\begin{aligned} GD &= GF + FE + ED \\ &= 1 + 1 + 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

La longueur GD est de 7m. L'aire A_{BCH} de la surface du triangle BCH se calcule par :

$$\begin{aligned} A_{BCH} &= \frac{BH \times HC}{2} \\ &= \frac{(AH - AB) \times (HD - DC)}{2} \\ &= \frac{(7-4) \times (5-3)}{2} \\ &= \frac{3 \times 2}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

L'aire A_{BCH} du triangle BCH est de 3 m^2.

Question 2 : L'aire A de la pièce se calcule par :

$$\begin{aligned} A &= A_{AHDG} - A_{BCH} \\ &= AB \times AG - A_{BCH} \\ &= 7 \times 5 - 3 \\ &= 35 - 3 \\ &= 32 \end{aligned}$$

L'aire de la surface de la pièce est bien de 32 m^2.

Question 3 : L' aire majorée de 10% se calcule par $32 + \dfrac{10 \times 32}{100} = 35,2$ m^2.
Un sac de colle permet de couvrir une surface de 4 m^2.
Il sera nécessaire d'acheter $\dfrac{35,2}{4} = 8,8$ soit 9 sacs de colle.
Une boite de carrelage permet de couvrir une surface de 1,25 m^2.
Il sera nécessaire d'acheter $\dfrac{35,2}{1,25} = 28,16$ soit 29 boites de carrelage.

Question 4 : Pour connaître la longueur de plinthe à poser, il faut calculer le périmètre : $AB + BC + CD + GD + AG + AB - FE$. Il nous manque la nongueur BC. Le triangle étant rectangle, on peut alors utiliser le théorème de Pyhagore :

$$\begin{aligned} BC^2 &= HB^2 + HC^2 \\ BC &= \sqrt{HB^2 + HC^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{9+4} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

Ainsi, $BC = \sqrt{13}$ m.
Le périmètre se calcule donc par : $4+\sqrt{13}+3+7+5+4-1$ soit 21,6 m. Majoré de 10%, on aura donc $21,6+\dfrac{10}{100}\times 21,6$ soit 23,76 m. Comme une plinthe mesure 1m, alors il est nécessaire d'acheter 24 plinthes.

Question 5 : Sachant qu'il peut se contenter d'un paquet de clous, le montant se calcule par $9\times 22+29\times 19,95+24\times 2,95+5,50$, ce qui donne 853€.

Exercice 4

Question 1 : Julie choisi le nombre 5 :
La variable x prend la valeur 5.
$etape1$ prend la valeur $6x$ soit $6\times 5 = 30$.
$etape2$ prend la valeur $etape1+10$ soit $30+10 = 40$.
$resultat$ prend la valeur $\dfrac{etape2}{2}$ soit $\dfrac{40}{2} = 20$.
On arrive bien à « j'obtiens finalement 20 ».

Question 2 : Si le nombre choisi est 7, alors le programme donnera le résultat 26 :
La variable x prend la valeur 7.
$etape1$ prend la valeur $6x$ soit $6\times 7 = 42$.
$etape2$ prend la valeur $etape1+10$ soit $42+10 = 52$.
$resultat$ prend la valeur $\dfrac{etape2}{2}$ soit $\dfrac{52}{2} = 26$.

Question 3 : Pour obtenir « J'obtiens finalement 8 »et trouver le nombre choisi, il faut effectuer le programme à l'envers :
$resultat$ prend la valeur $\dfrac{etape2}{2}$ soit $etape2 = 2\times 8$, c'est à dire 16.
$etape2$ prend la valeur $etape1+10$ donc $etape2 = 16-10$ soit 6.
$etape1$ prend la valeur $6x$ soit $x = \dfrac{etape1}{6}$ soit $x = 1$.
Le nombre choisi est 1.

Question 4 : Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, l'expression obtenue, s'écrit $(6x+10)\div 2$, ce qui peut s'écrire simplement par $3x+5$.

Exercice 5

Question 1 : La proportion de souris malades se calcule par $\frac{2\times 23}{5\times 29}$, ce qui donne $\frac{46}{145}$.

Question 2 : Pour obtenir la fraction $\frac{46}{145}$, nous avons effectuer l'opération $\frac{2\times 23}{5\times 29}$. Elle ne permet aucune simplification car tous les nombres utilisés sont premiers et différents.

Question 3 : La décomposition des nombres 140 et 870 en produit de nombres premiers donne :

$$\begin{aligned} 140 &= 10\times 14 \\ &= 2\times 5\times 2\times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 870 &= 87\times 10 \\ &= 3\times 29\times 2\times 5 \end{aligned}$$

La décomposition de 140 est $140 = 2^2\times 5\times 7$
La décomposition de 870 est $870 = 2\times 3\times 5\times 29$

Question 4 : La forme irréductible s'obtient de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{140}{870} &= \frac{2\times 2\times 5\times 7}{2\times 3\times 5\times 29} \\ &= \frac{2\times 7}{3\times 29} \\ &= \frac{14}{87} \end{aligned}$$

La forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B est $\frac{14}{87}$

Question 5 : Pour savoir quel laboratoire semble le plus avancé dans la recherche du vaccin, il suffit de comparer les deux proportions :

$$\begin{aligned} \frac{46}{145} &= \frac{2\times 23}{5\times 29} \\ &= \frac{3\times 2\times 23}{3\times 5\times 29} \\ &= \frac{138}{435} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{140}{870} &= \frac{2\times 7}{3\times 29} \\ &= \frac{2\times 2\times 7}{2\times 3\times 29} \\ &= \frac{28}{435} \end{aligned}$$

On a facilement $\frac{28}{435} < \frac{138}{435}$. C'est donc le laboratoire B qui semble le plus en avance.

Exercice 6

Question 1 : Pour savoir si les droites sont parallèles ou pas, on s'oriente vers la réciproque ou la conséquence du théorème de Thalès. Les points O, I et K sont alignés dans le même ordre que les points O, J et L.

On a d'une part $\frac{OI}{OK} = \frac{1,5}{2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ et d'autre part $\frac{OJ}{OL} = \frac{1,65}{2,2} = \frac{165}{220} = \frac{3}{4}$

On remarque que $\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les deux droites (IJ) et (KL) sont parallèles. Les deux bras sont donc parallèles.

Question 2 : Les droites (IJ) et (KL) sont parallèles. Les droites (OK) et (OL) sont sécantes en O. On peut donc utiliser le théorème de Thalès :

$$\begin{aligned}\frac{OI}{OK} &= \frac{IJ}{KL}\\ IJ &= \frac{OI \times KL}{OK}\\ &= \frac{1,5 \times 1,2}{2}\\ &= 0,9\end{aligned}$$

La longueur IJ donne $IJ = 0,9$ m.