Correction de l'évaluation de mathématiques n°16 du mardi 18 mai 2021

Exercice 1

Question 1 : On peut affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles car la droite (IJ) passe par les deux milieux des segments $[AB)$ et $[AE]$. En effect, d'après le théorème des milieux, la droite qui passe par les deux milieux de deux côtés d'un triangle, est parallèle au troisième côté. Ce qui est le cas ici.

Question 2 : Pour montrer que le triangle ABE est rectangle, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore :

$$\text{On a d'une part } BE^2 = 10^2 = 100 \qquad \text{et d'autre part } AB^2 + AE^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

On remarque que $BE^2 = AB^2 + AE^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABE est rectangle.

Question 3 : Comme le triangle ABE est rectangle, on peut utiliser les formules de trigonométrie :

$$\begin{aligned}\cos\left(\widehat{AEB}\right) &= \frac{AE}{BE}\\ \widehat{AEB} &= \arccos\left(\frac{AE}{BE}\right)\\ &= \arccos\left(\frac{8}{10}\right)\\ &\simeq 37\end{aligned}$$

L'angle $\widehat{AEB}$ mesure 37°.

Exercice 2 *(4,5 points)*

Question : Les questions munies des bonnes réponses sont les suivantes :

1-B	2-C	3-B
4-C	5-A	6-C
7-A	8-B	9-B

Exercice 3

Question 1 : La courbe de la figure 1 représente une droite qui ne passe pas par l'origine. Il ne s'agit donc pas d'une situation de proportionnalité.

Question 2 : Résolvons l'équation $A(x) = 750$:

$$\begin{aligned} A(x) &= 750 \\ -50x + 1250 &= 750 \\ -50x &= 750 - 1250 \\ -50x &= -500 \\ x &= \frac{-500}{-50} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

On obtient le résultat $x = 10$. Ce qui signifie que 750 personnes se sont abonnés à une revue coûtant 10€.

Question 3 : Calculer l'image de 4 par la fonction R revient à calculer $R(4)$:

$$\begin{aligned} R(x) &= -50x^2 + 1250x \\ R(4) &= -50 \times 4^2 + 1250 \times 4 \\ &= -50 \times 16 + 5000 \\ &= 4200 \end{aligned}$$

L'image de 4 par R est 4200. Cela signifie qu'une revue vendue à 4€l'unité apporte une recette de 4200€.

Question 4 : Déterminer graphiquement pour quel prix de la revue la recette de l'éditeur est maximale revient à chercher l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est maximale. Graphiquement, cela donne $x = 13$. Le prix de la revue pour que la recette soit maximale est de 13 €.

Question 5 : Déterminer graphiquement les antécédents de 6 800 par R revient à trouver les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est 6800. On obtient les valeurs 8 et 17. Cela signifie qu'il est possible d'avoir deux tarifs différents qui permettent d'avoir la même recette.

Question 6 : Lorsque la revue coûte 5 euros, le nombre d'abonnés est de 1000 et la recette est de 5000€. Ces résultats s'obtiennent graphiquement en lisant l'ordonnées des points des courbes dont l'abscisse est 5.
Par le calcul, cela donne :

$$\begin{aligned} A(x) &= -50x + 1250 \\ A(5) &= -50 \times 5 + 1250 \\ &= -250 + 1250 \\ &= 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(x) &= -50x^2 + 1250x \\ R(5) &= -50 \times 5^2 + 1250 \times 5 \\ &= -50 \times 25 + 6250 \\ &= 5000 \end{aligned}$$

Exercice 4

Question 1 : Pour savoir si le joueur va déclencher la sonnerie, il faut calculer la distance MP. Pour cela, on utilise le fait que le mur soit perpendiculaire au sol : cela donne un triangle rectangle. Nous pouvons donc utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned} \tan\left(\widehat{P}\right) &= \frac{MC}{MP} \\ MP &= \frac{MC}{\tan\left(\widehat{P}\right)} \\ &= \frac{1,73}{\tan(36,1)} \\ &\simeq 2,372 \end{aligned}$$

Comme $MP > 2,37$, alors la sonnerie ne va pas se déclencher.

Question 2 : Le nombre moyen de points obtenus par Rémi se note m_R et se calcule par $m_R = \dfrac{40+35+...}{7}$, ce qui donne $m_R = \dfrac{357}{7}$ soit $m_R = 51$.

Question 3 : Posons x ce nombre de points. Il doit alors satisfaire l'équation $\dfrac{12+62+...x+30}{7} = 51$:

$$\begin{aligned} \frac{12+62+...x+30}{7} &= 51 \\ \frac{292+x}{7} &= 51 \\ 292+x &= 7\times 51 \\ x &= 357-292 \\ x &= 65 \end{aligned}$$

Le nombre de points obtenus par Nadia à la partie 6 est de 65 points.

Question 4 : Pour déterminer les nombres médians, il faut d'abord ranger les résultats dans l'ordre :
Les résultats rangés de Rémi donnent : 28 - 28 - 35 - 40 - 67 - 74 - 85.
Les résultats rangés de Nadia donnent : 7 - 12 - 30 - 62 - 65 - 81 - 100.
On en conclue que le nombre médian de points pour Rémi est 40 et celui de Nadia est 62.

Exercice 5

Question 1 : La vitesse moyenne enregistrée de Madame Surget étant de 107 km/h, la portion de vitesse à enlever est donc $\frac{5}{100} \times 107 = 5,35$. La vitesse retenue est donc de $107 - 5,35 = 101,65$ km/h.
Si pendant 2 minutes, Monsieur Lagarde parcourt 3,2 km, alors en 1h, il va parcourir $\frac{3,2 \times 60}{2}$, ce qui donne 96 km/h.
La vitesse retenue se calcule donc par $96 - 5 = 91$ km/h.

Question 2 : La durée écoulée entre 13 h 46 min 54 s et à 13 h 48 min 41 s est de 1minute et 47 secondes.
La distance de 3,2 km a donc été parcouru en $60 + 47 = 107$ secondes. En 1h, on aura donc $\frac{3,2 \times 3600}{107}$ soit une vitesse d'environ 108 km/h. Cette vitesse étant supérieure à 100 km/h, on la diminue de 5%, ce qui donne $108 - \frac{5}{100} \times 108 \simeq 103$ km/h. La vitesse est nettement supérieure à 90 km/h, Monsieur Durand aura une contravention.

Exercice 6 *(6 points)*

Question 1-2-3 : Les calculs pour chaque écriture donnent :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{2 - \frac{11}{14}}{\frac{4}{7} - 2} \\
&= \frac{\frac{28}{14} - \frac{11}{14}}{\frac{4}{7} - \frac{14}{7}} \\
&= \frac{\frac{17}{14}}{\frac{-10}{7}} \\
&= \frac{17}{14} \times \frac{7}{-10} \\
&= \frac{17}{2} \times \frac{1}{-10} \\
&= -0,85
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{2,5 \times \left(10^3\right)^4 \times 10^{-8}}{50 \times 10^{-2}} \\
&= \frac{2,5 \times 10^{12} \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-1}} \\
&= \frac{2,5 \times 10^{12-8+1}}{5} \\
&= \frac{1}{2} \times 10^5 \\
&= 5 \times 10^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \left(\frac{2}{54} \div \frac{8}{15}\right) \times \left(\frac{4}{7} \div \frac{5}{21}\right) \\
&= \left(\frac{2}{54} \times \frac{15}{8}\right) \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{21}{5}\right) \\
&= \frac{2 \times 3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 7}{6 \times 3^2 \times 2 \times 4 \times 7 \times 5} \\
&= \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

Exercice 7

Question 1 : Si on tape le nombre 6 dans la cellule A17, la valeur affichée sera donnée selon le calcul suivant :

$$\begin{aligned} B17 &= 2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 \\ &= 2 \times 36 - 18 - 9 \\ &= 72 - 27 \\ &= 45 \end{aligned}$$

La cellule B17 affichera 45.

Question 2 : D'près le tableur, la valeur 0 est atteinte pour $x = -1,5$ et 3. Les solutions de l'équation sont donc $\{-1,5 : 3\}$.

Question 3 : L'aire $\mathscr{A}$ du rectangle se calcule par $\mathscr{A} = Ll$:

$$\begin{aligned} \mathscr{A} &= Ll \\ &= AB \times AD \\ &= (2x+3)(x-3) \\ &= 2x^2 - 6x + 3x - 9 \\ &= 2x^2 - 3x - 9 \end{aligned}$$

On arrive bien à $\mathscr{A} = 2x^2 - 3x - 9$.

Question 4 : Comme $\mathscr{A} = 2x^2 - 3x - 9$, les valeurs de la colonne B du tableau donnent les valeurs de l'aire du rectangle. Les cellules qui donnent une aire égale à 5cm² sont les cellules qui donnent $x = 3,5$ et $x = -2$. On retiendra alors la valeur positive, c'est à dire $x = 3,5$.