***Correction de l'évaluation n°14 de mathématiques du lundi 3 mai 2021***

## Exercice 1

**Question 1 :** Le calcul des images donne :

$$\begin{array}{llll}
f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 \\
f(-2) = 4(-2+2)^2 - 9 & f(0) = 4(0+2)^2 - 9 & f(1) = 4(1+2)^2 - 9 & f\left(\dfrac{-1}{2}\right) = 4\left(\dfrac{-1}{2}+2\right)^2 - 9 \\
\quad = 4 \times 0^2 - 9 & \quad = 4 \times 2^2 - 9 & \quad = 4 \times 3^2 - 9 & \quad = 4\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 - 9 \\
\quad = -9 & \quad = 7 & \quad = 27 & \quad = 4 \times \dfrac{9}{4} - 9 \\
 & & & \quad = 0
\end{array}$$

**Question 2 :** Factorisons $f$ :

$$\begin{aligned}
f(x) &= 4(x+2)^2 - 9 \\
&= [2(x+2)]^2 - 3^2 \\
&= [2(x+2)+3][2(x+2)-3] \\
&= (2x+4+3)(2x+4-3) \\
&= (2x+7)(2x+1)
\end{aligned}$$

Une factorisation de $f$ est $f(x) = (2x+7)(2x+1)$

**Question 3 :** En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$ revient à résoudre l'équation $(2x+7)(2x+1) = 0$. Pour cela, un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

$$\begin{array}{ll}
\text{On a d'une part } 2x+7 = 0 & \text{et d'autre part } 2x+1 = 0 \\
\qquad 2x = -7 & \qquad 2x = -1 \\
\qquad x = \dfrac{-7}{2} & \qquad x = \dfrac{-1}{2}
\end{array}$$

Les solutions de l''équation $f(x) = 0$ sont $x = \dfrac{-7}{2}$ et $x = \dfrac{-1}{2}$

**Question 4 :** Résoudre l'équation $f(x) = -5$ revient à résoudre $4(x+2)^2 - 9 = -5$ :

$$\begin{aligned}
4(x+2)^2 - 9 &= -5 \\
4(x+2)^2 - 9 + 5 &= 0 \\
4(x+2)^2 - 4 &= 0 \\
(x+2)^2 - 1 &= 0 \\
[(x+2)+1][(x+2)-1] &= 0 \\
(x+3)(x+1) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part $x+3=0$ et d'autre part $x+1=0$

$$x=-3 \qquad\qquad x=-1$$

Les solutions de l"équation $f(x)=-5$ sont $x=-3$ et $x=-1$.

**Question 5 :** Les antécédents de 0 par $f$ sont les solutions de l'équation $f(x)=0$. Ainsi, d'après la question 3, les antécédents de 0 sont $x=\dfrac{-7}{2}$ et $x=\dfrac{-1}{2}$. Les antécédents de -5 par $f$ sont les solutions de l'équation $f(x)=-5$. Ainsi, d'après la question 4, les antécédents de -5 sont $x=-3$ et $x=-1$.

## Exercice 2

**Question :** Notons $x$ la hauteur recherchée. Le volume d'eau épousant la forme du parallélépipède rectangle, il aura donc un volume $V_{eau}=Llx$.
Or, ce volume étant de 90L soit de 90000 cm$^3$, on a alors à résoudre l'équation $Llx=90000$ :

$$\begin{aligned} Llx &= 90000 \\ x &= \frac{90000}{Ll} \\ x &= \frac{90000}{60\times 40} \\ x &= 37{,}5 \end{aligned}$$

La hauteur atteinte par l'eau est de 37,5 cm.

**Exercice 3**

**Question 1 :** Chaque quadrilatère de la zone blanche représente un trapèze, lui-même formé d'un rectangle et de deux triangles, soit un rectangle de longueur $L$ et de largeur $l$, et de deux triangles formant un carré de côté $c$.
Ainsi, l'aire $a$ s'exprime par $a = 2\left(Ll + c^2\right)$.
D'après la figure, $L = 6 - 2x$ et $l = x$ et $c = x$. On a alors :

$$\begin{aligned} a &= 2\left(Ll + c^2\right) \\ &= 2\left[(6-2x)x + x^2\right] \\ &= 2\left(6x - 2x^2 + x^2\right) \\ &= 2\left(6x - x^2\right) \\ &= -2x^2 + 12x \end{aligned}$$

L'aire $a$ de la zone blanche s'exprime par $a(x) = -2x^2 + 12x$

**Question 2 :** Calculer la valeur de $x$ pour laquelle l'aire $a$ de la partie blanche est égale à 18 cm² revient à résoudre l'équation $a(x) = 18$ ou encore $-2x^2 + 12x = 18$ :

$$\begin{aligned} -2x^2 + 12x &= 18 \\ -2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ (x-3)^2 &= 0 \\ x - 3 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La valeur de $x$ pour laquelle l'aire $a$ de la partie blanche est égale à 18 cm² est $x = 3$.

**Exercice 4**

**Question :** La résolution de chaque équation donne :

■ Pour l'équation $(x-2)(3x+5)=(3x+5)(2x+3)$ :

$$\begin{aligned}(x-2)(3x+5)&=(3x+5)(2x+3)\\(x-2)(3x+5)-(3x+5)(2x+3)&=0\\(3x+5)[(x-2)-(2x+3)]&=0\\(3x+5)(x-2-2x-3)&=0\\(3x+5)(-x-5)&=0\\-(3x+5)(x+5)&=0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part $3x+5=0$

$$\begin{aligned}3x&=-5\\x&=\frac{-5}{3}\end{aligned}$$

et d'autre part $x+5=0$

$$x=-5$$

Les solutions de l''équation $(x-2)(3x+5)=(3x+5)(2x+3)$ sont $x=-5$ et $x=\dfrac{-5}{3}$.

■ Pour l'équation $(x+1)^2=(4x-7)(x+1)$ :

$$\begin{aligned}(x+1)^2&=(4x-7)(x+1)\\(x+1)^2-(4x-7)(x+1)&=0\\(x+1)[(x+1)-(4x-7)]&=0\\(x+1)(x+1-4x+7)&=0\\(x+1)(-3x+8)&=0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part $x+1=0$

$$x=-1$$

et d'autre part $-3x+8=0$

$$\begin{aligned}-3x&=-8\\x&=\frac{-8}{-3}\\x&=\frac{8}{3}\end{aligned}$$

Les solutions de l''équation $(x+1)^2=(4x-7)(x+1)$ sont $x=-1$ et $x=\dfrac{8}{3}$.

■ Pour l'équation $(2x+3)(5-3x) = 4x^2 - 9$ :

$$\begin{aligned}
(2x+3)(5-3x) &= 4x^2 - 9 \\
(2x+3)(5-3x) &= (2x)^2 - 3^2 \\
(2x+3)(5-3x) &= (2x-3)(2x+3) \\
(2x+3)(5-3x) - (2x-3)(2x+3) &= 0 \\
(2x+3)\left[(5-3x) - (2x-3)\right] &= 0 \\
(2x+3)(5-3x-2x+3) &= 0 \\
(2x+3)(-5x+8) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part $2x+3=0$

$$\begin{aligned}
2x &= -3 \\
x &= \frac{-3}{2}
\end{aligned}$$

et d'autre part $-5x+8=0$

$$\begin{aligned}
-5x &= -8 \\
x &= \frac{-8}{-5} \\
x &= \frac{8}{5}
\end{aligned}$$

Les solutions de l''équation $(2x+3)(5-3x) = 4x^2 - 9$ sont $x = \dfrac{-3}{2}$ et $x = \dfrac{8}{5}$.