

**Correction de l'évaluation n°14 de mathématiques du mardi 4 mai 2021**

**Exercice 1**

**Question 1 :** Le calcul des images donne :

$$\begin{array}{llll}
 f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 & f(x) = 4(x+2)^2 - 9 \\
 f(-2) = 4(-2+2)^2 - 9 & f(0) = 4(0+2)^2 - 9 & f(1) = 4(1+2)^2 - 9 & f\left(\frac{-1}{2}\right) = 4\left(\frac{-1}{2} + 2\right)^2 - 9 \\
 = 4 \times 0^2 - 9 & = 4 \times 2^2 - 9 & = 4 \times 3^2 - 9 & = 4\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9 \\
 = -9 & = 7 & = 27 & = 4 \times \frac{9}{4} - 9 \\
 & & & = 0
 \end{array}$$

**Question 2 :** Factorisons  $f$  :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 4(x+2)^2 - 9 \\
 &= [2(x+2)]^2 - 3^2 \\
 &= [2(x+2) + 3][2(x+2) - 3] \\
 &= (2x+4+3)(2x+4-3) \\
 &= (2x+7)(2x+1)
 \end{aligned}$$

Une factorisation de  $f$  est  $f(x) = (2x+7)(2x+1)$

**Question 3 :** En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  revient à résoudre l'équation  $(2x+7)(2x+1) = 0$ . Pour cela, un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part  $2x+7 = 0$

$$2x = -7$$

$$x = \frac{-7}{2}$$

et d'autre part  $2x+1 = 0$

$$2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

Les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  sont  $x = \frac{-7}{2}$  et  $x = \frac{-1}{2}$

**Question 4 :** Résoudre l'équation  $f(x) = -5$  revient à résoudre  $4(x+2)^2 - 9 = -5$  :

$$\begin{aligned}
 4(x+2)^2 - 9 &= -5 \\
 4(x+2)^2 - 9 + 5 &= 0 \\
 4(x+2)^2 - 4 &= 0 \\
 (x+2)^2 - 1 &= 0 \\
 [(x+2) + 1][(x+2) - 1] &= 0 \\
 (x+3)(x+1) &= 0
 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{On a d'une part } x + 3 &= 0 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et d'autre part } x + 1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation  $f(x) = -5$  sont  $x = -3$  et  $x = -1$ .

**Question 5 :** Les antécédents de 0 par  $f$  sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ . Ainsi, d'après la question 3, les antécédents de 0 sont  $x = \frac{-7}{2}$  et  $x = \frac{-1}{2}$ . Les antécédents de -5 par  $f$  sont les solutions de l'équation  $f(x) = -5$ . Ainsi, d'après la question 4, les antécédents de -5 sont  $x = -3$  et  $x = -1$ .

### Exercice 2

**Question :** Notons  $x$  la hauteur recherchée. Le volume d'eau épousant la forme du parallélépipède rectangle, il aura donc un volume  $V_{eau} = Llx$ .

Or, ce volume étant de 90L soit de  $90000 \text{ cm}^3$ , on a alors à résoudre l'équation  $Llx = 90000$  :

$$\begin{aligned} Llx &= 90000 \\ x &= \frac{90000}{Ll} \\ x &= \frac{90000}{60 \times 40} \\ x &= 37,5 \end{aligned}$$

La hauteur atteinte par l'eau est de 37,5 cm.

<b>Exercice 3</b>
-------------------

**Question 1 :** Chaque quadrilatère de la zone blanche représente un trapèze, lui-même formé d'un rectangle et de deux triangles, soit un rectangle de longueur  $L$  et de largeur  $l$ , et de deux triangles formant un carré de côté  $c$ .

Ainsi, l'aire  $a$  s'exprime par  $a = 2(Ll + c^2)$ .

D'après la figure,  $L = 6 - 2x$  et  $l = x$  et  $c = x$ . On a alors :

$$\begin{aligned} a &= 2(Ll + c^2) \\ &= 2[(6 - 2x)x + x^2] \\ &= 2(6x - 2x^2 + x^2) \\ &= 2(6x - x^2) \\ &= -2x^2 + 12x \end{aligned}$$

L'aire  $a$  de la zone blanche s'exprime par  $a(x) = -2x^2 + 12x$

**Question 2 :** Calculer la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire  $a$  de la partie blanche est égale à  $18 \text{ cm}^2$  revient à résoudre l'équation  $a(x) = 18$  ou encore  $-2x^2 + 12x = 18$  :

$$\begin{aligned} -2x^2 + 12x &= 18 \\ -2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ (x - 3)^2 &= 0 \\ x - 3 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La valeur de  $x$  pour laquelle l'aire  $a$  de la partie blanche est égale à  $18 \text{ cm}^2$  est  $x = 3$ .

<b>Exercice 4</b>
-------------------

**Question :** La résolution de chaque équation donne :

■ Pour l'équation  $(x - 2)(3x + 5) = (3x + 5)(2x + 3)$  :

$$\begin{aligned}(x - 2)(3x + 5) &= (3x + 5)(2x + 3) \\(x - 2)(3x + 5) - (3x + 5)(2x + 3) &= 0 \\(3x + 5)[(x - 2) - (2x + 3)] &= 0 \\(3x + 5)(x - 2 - 2x - 3) &= 0 \\(3x + 5)(-x - 5) &= 0 \\-(3x + 5)(x + 5) &= 0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part  $3x + 5 = 0$

$$3x = -5$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

et d'autre part  $x + 5 = 0$

$$x = -5$$

Les solutions de l'équation  $(x - 2)(3x + 5) = (3x + 5)(2x + 3)$  sont  $x = -5$  et  $x = \frac{-5}{3}$ .

■ Pour l'équation  $(x + 1)^2 = (4x - 7)(x + 1)$  :

$$\begin{aligned}(x + 1)^2 &= (4x - 7)(x + 1) \\(x + 1)^2 - (4x - 7)(x + 1) &= 0 \\(x + 1)[(x + 1) - (4x - 7)] &= 0 \\(x + 1)(x + 1 - 4x + 7) &= 0 \\(x + 1)(-3x + 8) &= 0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

On a d'une part  $x + 1 = 0$

$$x = -1$$

et d'autre part  $-3x + 8 = 0$

$$-3x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-3}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

Les solutions de l'équation  $(x + 1)^2 = (4x - 7)(x + 1)$  sont  $x = -1$  et  $x = \frac{8}{3}$ .

■ Pour l'équation  $(2x + 3)(5 - 3x) = 4x^2 - 9$  :

$$(2x + 3)(5 - 3x) = 4x^2 - 9$$

$$(2x + 3)(5 - 3x) = (2x)^2 - 3^2$$

$$(2x + 3)(5 - 3x) = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$(2x + 3)(5 - 3x) - (2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$(2x + 3)[(5 - 3x) - (2x - 3)] = 0$$

$$(2x + 3)(5 - 3x - 2x + 3) = 0$$

$$(2x + 3)(-5x + 8) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux est nul. Ce qui nous amène aux deux équations suivantes :

$$\text{On a d'une part } 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$\text{et d'autre part } -5x + 8 = 0$$

$$-5x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-5}$$

$$x = \frac{8}{5}$$

Les solutions de l'équation  $(2x + 3)(5 - 3x) = 4x^2 - 9$  sont  $x = \frac{-3}{2}$  et  $x = \frac{8}{5}$ .