

Institut Saint Dominique



MATHEMATIQUES

Evaluation n°12

Année Scolaire 2020-2021

3^{ème}6

Lundi 15 février 2021

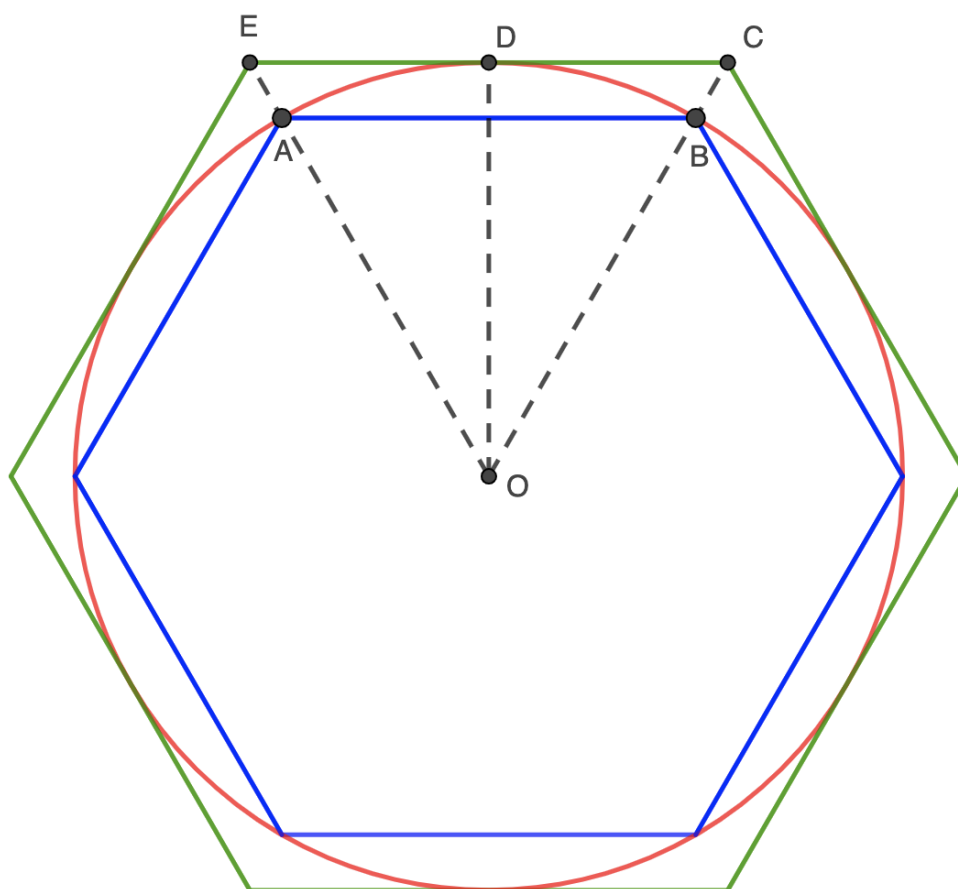
Objectif : Maîtriser les connaissances exigibles sur la trigonométrie

Indications : Durée : libre - Calculatrice autorisée

Compétences évaluées : Chercher - Raisonner - Calculer - Communiquer

Exercice

Pour trouver une valeur approchée du nombre π , le savant grec Archimède de Syracuse (-287 ; -212) a eu l'idée d'encadrer la longueur d'un cercle de rayon une unité par les périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits à ce cercle, comme le montre la figure ci-dessous.



Nous allons étudier ici le cas où le cercle est compris entre deux hexagones réguliers.

Question 1 : Quelle est la longueur exacte d'un cercle de rayon 1 ?

Question 2a : Quelle est la mesure de l'angle \widehat{AOB} ? Expliquer.

Question 2b : En déduire la nature du triangle AOB .

Question 2c : Combien vaut la longueur AB ? Expliquer.

Question 2d : Calculer le périmètre de l'hexagone inscrit.

Question 3a : D est le milieu du segment $[EC]$. Combien vaut la longueur OD ? Expliquer.

Question 3b : Quelle est la nature du triangle ODC ?

Question 3c : Quelle est la mesure de l'angle \widehat{DOC} ?

Question 3d : Sachant que $\tan(30) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, montrer que $EC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Question 3e : En déduire la valeur exacte du périmètre de l'hexagone circonscrit.

Question 4 : Déduire des questions précédentes un encadrement du nombre π . Combien de chiffres du nombre π cet encadrement donne-t-il ?

Question 5 : Archimède a doublé le nombre de côtés des polygones pour affiner l'encadrement. En répétant plusieurs fois ce processus, il a réussi à obtenir avec des polygones à 96 côtés l'encadrement de π suivant : $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$, ce qui est déjà un très bon encadrement pour l'époque ! Combien de chiffres du nombre π cet encadrement permettait-il de connaître ?