

Institut Saint Dominique



MATHEMATIQUES

Evaluation n°12

Année Scolaire 2020-2021

3<sup>ème</sup>6

Lundi 15 février 2021

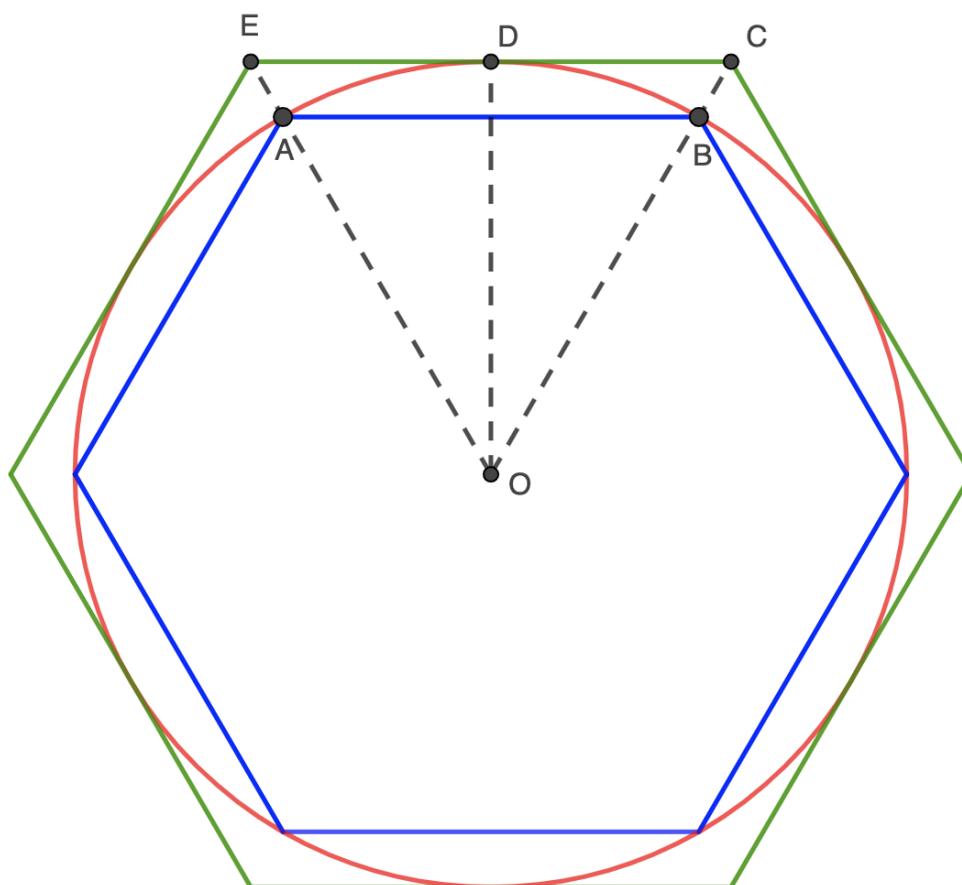
**Objectif :** Maîtriser les connaissances exigibles sur la trigonométrie

**Indications :** Durée : libre - Calculatrice autorisée

**Compétences évaluées :** Chercher - Raisonner - Calculer - Communiquer

**Exercice**

Pour trouver une valeur approchée du nombre  $\pi$ , le savant grec Archimède de Syracuse (-287 ; -212) a eu l'idée d'encadrer la longueur d'un cercle de rayon une unité par les périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits à ce cercle, comme le montre la figure ci-dessous.



Nous allons étudier ici le cas où le cercle est compris entre deux hexagones réguliers.

**Question 1 :** Quelle est la longueur exacte d'un cercle de rayon 1 ?

**Question 2a :** Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  ? Expliquer.

**Question 2b :** En déduire la nature du triangle  $AOB$ .

**Question 2c :** Combien vaut la longueur  $AB$  ? Expliquer.

**Question 2d :** Calculer le périmètre de l'hexagone inscrit.

**Question 3a :**  $D$  est le milieu du segment  $[EC]$ . Combien vaut la longueur  $OD$  ? Expliquer.

**Question 3b :** Quelle est la nature du triangle  $ODC$  ?

**Question 3c :** Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{DOC}$  ?

**Question 3d :** Sachant que  $\tan(30) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , montrer que  $EC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Question 3e :** En déduire la valeur exacte du périmètre de l'hexagone circonscrit.

**Question 4 :** Déduire des questions précédentes un encadrement du nombre  $\pi$ . Combien de chiffres du nombre  $\pi$  cet encadrement donne-t-il ?

**Question 5 :** Archimède a doublé le nombre de côtés des polygones pour affiner l'encadrement. En répétant plusieurs fois ce processus, il a réussi à obtenir avec des polygones à 96 côtés l'encadrement de  $\pi$  suivant :  $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$ , ce qui est déjà un très bon encadrement pour l'époque ! Combien de chiffres du nombre  $\pi$  cet encadrement permettait-il de connaître ?