Correction de l'évaluation n°12 de mathématiques du lundi 15 février 2021

Exercice

Question 1 : Le périmètre P d'un cercle de rayon R s'exprime par $P = 2\pi R$. Avec $R = 1$, on aura $P = 2\pi$.

Question 2a : L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle formé par le centre O de l'hexagone inscrit au cercle et deux sommets A et B de cet hexagone. Celui-ci ayant six angles, on obtient un angle au sommet de $\dfrac{360}{6}$ soit 60°. On a alors $\widehat{AOB} = 60°$.

Question 2b : Le triangle AOB est formé de deux rayons du cercle. Il est donc isocèle. Comme un des angles est de 60°, les deux autres angles sont aussi de 60°car les trois angles dans un triangle sont supplémentaires. Ils ont donc tous la même mesure : le triangle AOB est équilatéral.

Question 2c : Puisque le triangle AOB est équilatéral, alors $AB = OA$. Comme $OA = 1$, alors $AB = 1$.

Question 2d : Comme le côté de l'hexagone inscrit est $AB = 1$, alors le périmètre P_h de cet hexagone est $P_h = 6$.

Question 3a : Le point D est sur le cercle. La distance OD est donc de 1.

Question 3b : Le triangle OEC est un des six triangles qui forment l'hexagone circonscrit régulier au cercle, formé par les deux rayons. Il est donc isocèle (et équilatéral par la même occasion). Comme le segment $[OD]$ passe par le milieu D, ce segment devient une hauteur à ce triangle. Le triangle ODC est donc rectangle en D.

Question 3c : Le triangle OEC étant équilatéral, $\widehat{AOB} = 60°$. Ainsi, comme $[OD]$ est à la fois la hauteur et la bissectrice du triangle, $\widehat{DOC} = 30°$.

Question 3d : Comme le triangle ODC est rectangle en D, la tangente de l'angle $\widehat{DOC}$ se calcule par $\tan\left(\widehat{DOC}\right) = \dfrac{DC}{OD}$ soit $\tan\left(\widehat{DOC}\right) = DC$ car $OD = 1$.
Ensuite, comme $DC = \dfrac{EC}{2}$ alors $\tan\left(\widehat{DOC}\right) = \dfrac{EC}{2}$ d'où $EC = 2\tan\left(\widehat{DOC}\right)$.
Enfin, comme $\widehat{DOC} = 30$ et que $\tan(30) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, alors on a $EC = 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ soit finalement $EC = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Question 3e : Le périmètre P_H de l'hexagone circonscrit se calcule par $P_H = 6EC$ soit $P_H = 6 \times \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ soit finalement $P_H = 4\sqrt{3}$

Question 4 : Le périmètre P du cercle est compris entre celui de l'hexagone inscrit P_h et celui de l'hexagone circonsctit P_H. On a alors :

$$P_h < P < P_H$$
$$6 < 2\pi < 4\sqrt{3}$$
$$3 < \pi < 2\sqrt{3}$$

L'encadrement est donc $3 < \pi < 2\sqrt{3}$.
A gauche de l'encadrement, on n'a aucun chiffre derrière la virgule, et à droite, avec $\sqrt{3}$, on a une infinité de chiffres. Le nombre π est donc encadré avec aucun chiffre derrière la virgule.

Question 5 : Avec l'encadrement, $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$, on a $3,1408 < \pi < 3,1428$. Soit seulement deux chiffres derrière la virgule car $\pi \simeq 3,1415$