Correction de l'évaluation de mathématiques n°11 du vendredi 5 février 2021

Exercice 1

Question 1 : Les points D, C B étant alignés et le segment le segment $[BD]$ étant perpendiculaire au segment $[BA]$, alors le triangle ABC est rectangle en B. On peut utiliser la formule de la tangente au niveau de l'angle $\widehat{BAC}$:

$$\begin{aligned}\tan\left(\widehat{BAC}\right) &= \frac{BC}{AB}\\ BC &= AB\tan\left(\widehat{BAC}\right)\\ &= 150\tan(37)\\ &\simeq 113\end{aligned}$$

La longueur BC est d'environ 113,0 m.

Question 2 : Le segment le segment $[BD]$ étant perpendiculaire au segment $[BA]$, alors le triangle ABD est rectangle en B. On peut utiliser la formule de la tangente au niveau de l'angle $\widehat{BAD}$:

$$\begin{aligned}\tan\left(\widehat{BAD}\right) &= \frac{BD}{AB}\\ BD &= AB\tan\left(\widehat{BAD}\right)\\ &= 150\tan(50)\\ &\simeq 178,76\end{aligned}$$

La longueur BD est d'environ 178,8 m.

Question 3 : Les points D, C B étant alignés, on a :

$$\begin{aligned}BD &= BC+CD\\ CD &= BD-BC\\ &= 178,8-113\\ &= 65,8\end{aligned}$$

La hauteur du clocher est donc d'environ 65,8 m.

Exercice 2

Question 1 : Le triangle MAH est formé du diamètre du cercle. Le troisième point étant placé sur le cercle, il est donc rectangle.

Question 2 : Comme le triangle MAH est rectangle en M, on peut utiliser la formule du sinus au niveau de l'angle $\widehat{MHA}$:

$$\begin{aligned}
\sin\left(\widehat{MHA}\right) &= \frac{MA}{AH} \\
\widehat{MHA} &= \arcsin\left(\frac{MA}{AH}\right) \\
&= \arcsin\left(\frac{5,3}{9}\right) \\
&\simeq 36,07
\end{aligned}$$

La mesure de l'angle $\widehat{MHA}$ est d'environ 36°.

Question 3 : Comme le triangle MAH est rectangle en M, on peut utiliser une formule de trigonométrie ou la propriété de Pythagore. Cette méthode n'utilise que les données de l'énoncé. Il est donc plus prudent de l'utiliser :

$$\begin{aligned}
HA^2 &= HM^2 + MA^2 \\
HM^2 &= HA^2 - MA^2 \\
HM &= \sqrt{HA^2 - MA^2} \\
&= \sqrt{9^2 - 5,3^2} \\
&\simeq 7,27
\end{aligned}$$

La longueur HM est d'environ 7,3 cm.

Question 4 : Le triangle HOM est formé de deux rayons du cercle. C'est donc un triangle isocèle. Les deux angles $\widehat{OHM}$ et $\widehat{HMO}$ sont donc égaux. La somme des angles étant de 180°, on a finalement :

$$\begin{aligned}
\widehat{OHM} + \widehat{OMH} + \widehat{HOM} &= 180 \\
\widehat{HOM} &= 180 - 2\widehat{OHM} \\
&= 180 - 2 \times 36 \\
&= 108
\end{aligned}$$

La mesure de l'angle $\widehat{HOM}$ est d'environ 108°.

Question facultative : Les angles $\widehat{HTM}$ et $\widehat{HAM}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{HM}$. Ils sont donc de même mesures. La somme des angles étant de 180°, on a finalement :

$$\begin{aligned}\widehat{AHM}+\widehat{HAM}+\widehat{AMH} &= 180\\ \widehat{HAM} &= 180-\widehat{AHM}-\widehat{AMH}\\ &= 180-90-36\\ &= 54\end{aligned}$$

La mesure de l'angle $\widehat{HAM}$ est d'environ 54°. L'angle $\widehat{HTM}$ est donc de 54°