Correction de l'évaluation de D.N.B. blanc de mathématiques du vendredi 28 janvier 2021

Exercice 1

Question 1 : L'affirmation est vraie.
La capacité du disque dur est de 1,5 To soit 1500 Go. Le partage en dossiers de capacité 60 Go revient à effectuer le partage des 1500 Go par 60 Go. Ce qui donne $1500 : 60 = 25$.
Nous obtenons bien 25 dossiers.

Question 2 : L'affirmation est fausse.
D'après le codage de la figure, les longueurs AB et AC sont égales. Le triangle est donc isocèle est les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BCA}$ sont égaux.
Comme les angles dans un triangles sont supplémentaires, alors l'angle $\widehat{BAC}$ se calcule par $\widehat{BAC} = 180 - 2 \times 43$, ce qui donne $\widehat{BAC} = 94^\circ$.
Enfin, comme les points E, A et C sont alignés, les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EAC}$ sont supplémentaires. L'angle $\widehat{EAC}$ se calcule donc par $\widehat{EAC} = 180 - 94$, ce qui donne $\widehat{EAC} = 86^\circ$et non 137 comme indiqué dans l'affirmation.

Question 3 : L'affirmation est vraie.
Les 1597 secondes peuvent se convertir en minute par le fait qu'une minute corresponde à 60 secondes. On a alors un temps de $\dfrac{1597}{60} \simeq 26,6$ minutes, soit un temps infèrieur à 30 minutes.

Question 3 : L'affirmation est vraie.
Les angles dans un triangles étant supplémentaires, dans le triangle ABC, l'angle $\widehat{BAC}$ s'obtient avec $\widehat{BAC} = 180 - 60 - 100$, ce qui donne $\widehat{BAC} = 20^\circ$. De la même façon, dans le triangle IJH, l'angle $\widehat{JIH}$ s'obtient avec $\widehat{JIH} = 180 - 60 - 20$, ce qui donne $\widehat{JIH} = 100^\circ$.
Les deux triangles ont leurs angles égaux. Ils sont semblables.

Exercice 2

Question 1 : Les écritures décimales des nombres A et B sont les suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 2^3 \times 3 \times 5^2 \\ &= 8 \times 3 \times 25 \\ &= 600 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} B &= 3^4 \times 5^2 \\ &= 81 \times 25 \\ &= 2025 \end{aligned}$$

Question 2 : La décomposition de A^2 donne :

$$\begin{aligned} A^2 &= \left(2^3 \times 3 \times 5^2\right)^2 \\ &= 2^{3\times 2} \times 3^2 \times 5^{2\times 2} \\ &= 2^6 \times 3^2 \times 5^4 \end{aligned}$$

Question 3 : Le nombre B peut s'écrire :

$$\begin{aligned} B &= 3^4 \times 5^2 \\ &= 3^{2\times 2} \times 5^2 \\ &= \left(3^2 \times 5\right)^2 \end{aligned}$$

On obtient bien le nombre B sous forme d'un carré d'un entier qui est $3^2 \times 5$ soit 45.

Question 4 : D'après les décompositions de A et de B, les facteurs communs sont 3 et 5^2. La fraction $\frac{A}{B}$ s'écrit alors $\frac{A}{B} = \frac{2^3}{3^3}$, ce qui donne $\frac{8}{27}$.

Exercice 3

Question 1 : Pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine, la formule à entrer dans la case I2 est =SOMME(B2 :H2)

Question 2 : Le nombre moyen de macarons vendus se calcule par :

$$\begin{aligned} N_{moy} &= \frac{324+240+310+204+318+386+468}{7} \\ &= \frac{2250}{7} \\ &\simeq 321 \end{aligned}$$

Le nombre moyen de macarons vendus est d'environ 321.

Question 3 : Le pourcentage qui représente la vente du jeudi par rapport aux ventes de la semaine se calcule par $\frac{204}{2250} \times 100$, ce qui donne 9% environ.

Question 4 : Le nombre de macarons vendus le dimanche est de 468. Le nombre de macarons vendus le jeudi est de 204. La différence est donc de $468 - 204 = 264$. Ce nombre étant la différence entre le nombre maximum et le nombre minimum, le terme statistique ainsi calculé correspond à l'étendue.

Exercice 4

Question 1a : Pour le nombre de départ égal à 1, le programme donne :
- Choisir un nombre de départ : 1
- Ajouter 1 : $1+1=2$
- Calculer le carré du résultat obtenu : $2^2=4$
- Lui retrancher le carré du nombre de départ : $4-1^2=3$
- Ecrire le résultat final : 3

On obtient bien un résultat égal à 3.

Question 1b : Lorsque le nombre de départ est 2, le programme donne :
- Choisir un nombre de départ : 2
- Ajouter 1 : $2+1=3$
- Calculer le carré du résultat obtenu : $3^2=9$
- Lui retrancher le carré du nombre de départ : $9-2^2=5$
- Ecrire le résultat final : 5

Avec 2 comme nombre de départ, on obtient bien un résultat égal à 5.

Question 1c : Lorsque le nombre de départ est x, le programme donne :
- Choisir un nombre de départ : x
- Ajouter 1 : $x+1$
- Calculer le carré du résultat obtenu : $(x+1)^2$
- Lui retrancher le carré du nombre de départ : $(x+1)^2-x^2$
- Ecrire le résultat final : $(x+1)^2-x^2$

Avec x comme nombre de départ, le résultat final exprimé en fonction de x donne $(x+1)^2-x^2$.

Question 2 : Le développement et la réduction de l'expression P donne :

$$\begin{aligned} P &= (x+1)^2-x^2 \\ &= x^2+2\times x\times 1+1^2-x^2 \\ &= \cancel{x^2}+2\times x\times 1+1^2\cancel{-x^2} \\ &= 2x+1 \end{aligned}$$

L'expression de P développée et réduite donne $P=2x+1$.

Question 2 : Pour obtenir un résultat égal à 15, il faut résoudre l'équation $P=15$:

$$\begin{aligned} P &= 15 \\ 2x+1 &= 15 \\ 2x &= 15-1 \\ 2x &= 14 \\ x &= \frac{14}{2} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Pour obtenir un résultat à 15, le nombre de départ à choisir est 7.

Exercice 5

Question 1 : Pour démontrer que les droites (EC) et (DU) sont parallèles, on utilise la réciproque du théorème de Thalès :

- Les droites (DE) et (CU) sont sécantes en R.
- Les points D, R et E sont alignés dans le même sens que les points DC, R et U.
- Le calcul des rapports donne :

$$\begin{aligned}\frac{RE}{RD} &= \frac{3}{4,5} \\ &= \frac{30}{45} \\ &= \frac{2\times 15}{3\times 15} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned} \qquad\qquad \frac{RC}{RU} = \frac{2}{3}$$

On remarque que $\frac{RE}{RD} = \frac{RC}{RU}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les deux droites (EC) et (DU) sont parallèles.

Question 2 : Le rapport k d'agrandissement permettant de passer du triangle REC au triangle RDU se calcule par exemple par $RU = kRC$, ce qui donne $k = \frac{RU}{RC}$ soit $k = \frac{3}{2}$.

Question 3 : Le rapport k d'agrandissement permettant de passer du triangle REC et triangle RDU étant $k = \frac{3}{2}$, le rapport d'agrandissement de l'aire sera k^2 soit $k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$. Ce dui donne $k^2 = \frac{9}{4}$.

Exercice 6

Question 1 : Le développement et la réduction de E donne :

$$\begin{aligned}E &= (3x-5)^2 - 2(3x-5) \\ &= (3x)^2 - 2\times 3x\times 5 + 5^2 - 2\times 3x - 2\times(-5) \\ &= 9x^2 - 30x + 25 - 6x + 10 \\ &= 9x^2 - 36x + 35\end{aligned}$$

L'expression E développée et réduite donne $E = 9x^2 - 36x + 35$.

Question 2 : La factorisation de E donne :

$$\begin{aligned}E &= (3x-5)^2 - 2(3x-5) \\ &= (3x-5)\left[(3x-5)-2\right] \\ &= (3x-5)(3x-7)\end{aligned}$$

L'expression E factorisée donne $E = (3x-5)(3x-7)$.

Question 3 : Le calcul de E pour $x = -2$ donne :

$$\begin{aligned} E &= (3x-5)(3x-7) \\ &= [3\times(-2)-5][3\times(-2)-7] \\ &= (-6-5)(-6-7) \\ &= -11\times(-13) \\ &= 143 \end{aligned}$$

La valeur de E pour $x = -2$ est $E = 143$.

Exercice 7

Question 1 : Comme C est le milieu de $[DC]$ alors $CB = CD$ donc $CB = 3\text{cm}$.
Avec les longueurs 3, 4 et 5, le triangle est ni isocèle, ni équilatéral. Montrons alors qu'il est rectangle. Pour cela, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= 5^2 \\ &= 25 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} AB^2+CB^2 &= 4^2+3^2 \\ &= 16+9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

On remarque que $AC^2 = AB^2 + CB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangles ABC est rectangle en B.

Question 2 : Comme les points A , B et C sont alignés et que le triangle ABC est rectangle en B, alors le triangle BDE est aussi rectangle en B.

Question 3 : Comme le triangle BDE est rectangle en B, nous pouvons alors utiliser le théorème de Pythagore pour calculer DE :

$$\begin{aligned} DE^2 &= BD^2+BE^2 \\ DE &= \sqrt{BD^2+BE^2} \\ &= \sqrt{6^2+7^2} \\ &= \sqrt{36+49} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

La longueur DE est de $\sqrt{85}$ cm soit encore 9,2 cm.

Question 4 : Comme le triangle BED est rectangle en B, on peut utiliser la formule de la tangente :

$$\begin{aligned} \tan\left(\widehat{DEB}\right) &= \frac{DB}{BE} \\ \widehat{DEB} &= \arctan\left(\frac{DB}{BE}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{6}{7}\right) \end{aligned}$$

A la calculatrice, on obtient $\widehat{DEB} \simeq 41^\circ$.