

Correction de l'évaluation de mathématiques n°9 du mardi 26 janvier 2021

Exercice 1

Question 1 : Pour étudier les variations de f sur $[-1; 1]$, on prend deux nombres réels a et b de $[-1; 1]$ tels que $a < b$. On a ensuite :

$$\begin{aligned}
 a &< b \\
 a - 1 &< b - 1 \\
 (a - 1)^2 &> (b - 1)^2 \text{ car } a - 1 < b - 1 < 0 \\
 \frac{3}{4}(a - 1)^2 &> \frac{3}{4}(b - 1)^2 \\
 \frac{3}{4}(a - 1)^2 + 1 &> \frac{3}{4}(b - 1)^2 + 1 \\
 f(a) &> f(b)
 \end{aligned}$$

Comme $f(a) > f(b)$ avec $a < b$ sur $[-1; 1]$, alors f est décroissante sur $[-1; 1]$.

Question 2 : Pour étudier les variations de f sur $[1; 3]$, on prend deux nombres réels a et b de $[1; 3]$ tels que $a < b$. On a ensuite :

$$\begin{aligned}
 a &< b \\
 a - 1 &< b - 1 \\
 (a - 1)^2 &< (b - 1)^2 \text{ car } 0 < a - 1 < b - 1 \\
 \frac{3}{4}(a - 1)^2 &< \frac{3}{4}(b - 1)^2 \\
 \frac{3}{4}(a - 1)^2 + 1 &< \frac{3}{4}(b - 1)^2 + 1 \\
 f(a) &< f(b)
 \end{aligned}$$

Comme $f(a) < f(b)$ avec $a < b$ sur $[1; 3]$, alors f est croissante sur $[1; 3]$.

Question 3 : Le tableau des variations de f sur $[-1; 3]$ donne :

x	-1	1	3
Variations de f	4	1	4

Exercice 2

Question 1 : Pour étudier les variations de g sur $[-1; 3]$, on prend deux nombres réels a et b de $[-1; 3]$ tels que $a < b$. On a ensuite :

$$\begin{aligned}
 a &< b \\
 -a &> -b \\
 3 - a &> 3 - b \\
 (3 - a)^2 &> (3 - b)^2 \text{ car } 0 < 3 - a < 3 - b \\
 -(3 - a)^2 &< -(3 - b)^2 \\
 \frac{-(3 - a)^2}{2} &< \frac{-(3 - b)^2}{2} \\
 g(a) &< g(b)
 \end{aligned}$$

Comme $g(a) < g(b)$ avec $a < b$ sur $[-1; 3]$, alors g est croissante sur $[-1; 3]$.

Question 2 : Pour étudier les variations de g sur $[3; 5]$, on prend deux nombres réels a et b de $[3; 5]$ tels que $a < b$. On a ensuite :

$$\begin{aligned}
 a &< b \\
 -a &> -b \\
 3 - a &> 3 - b \\
 (3 - a)^2 &< (3 - b)^2 \text{ car } 3 - a < 3 - b < 0 \\
 -(3 - a)^2 &> -(3 - b)^2 \\
 \frac{-(3 - a)^2}{2} &> \frac{-(3 - b)^2}{2} \\
 g(a) &> g(b)
 \end{aligned}$$

Comme $g(a) > g(b)$ avec $a < b$ sur $[3; 5]$, alors g est décroissante sur $[3; 5]$.

Question 3 : Le tableau des variations de g sur $[-1; 5]$ donne :

x	-1	3	5
Variations de f	-8	0	-2