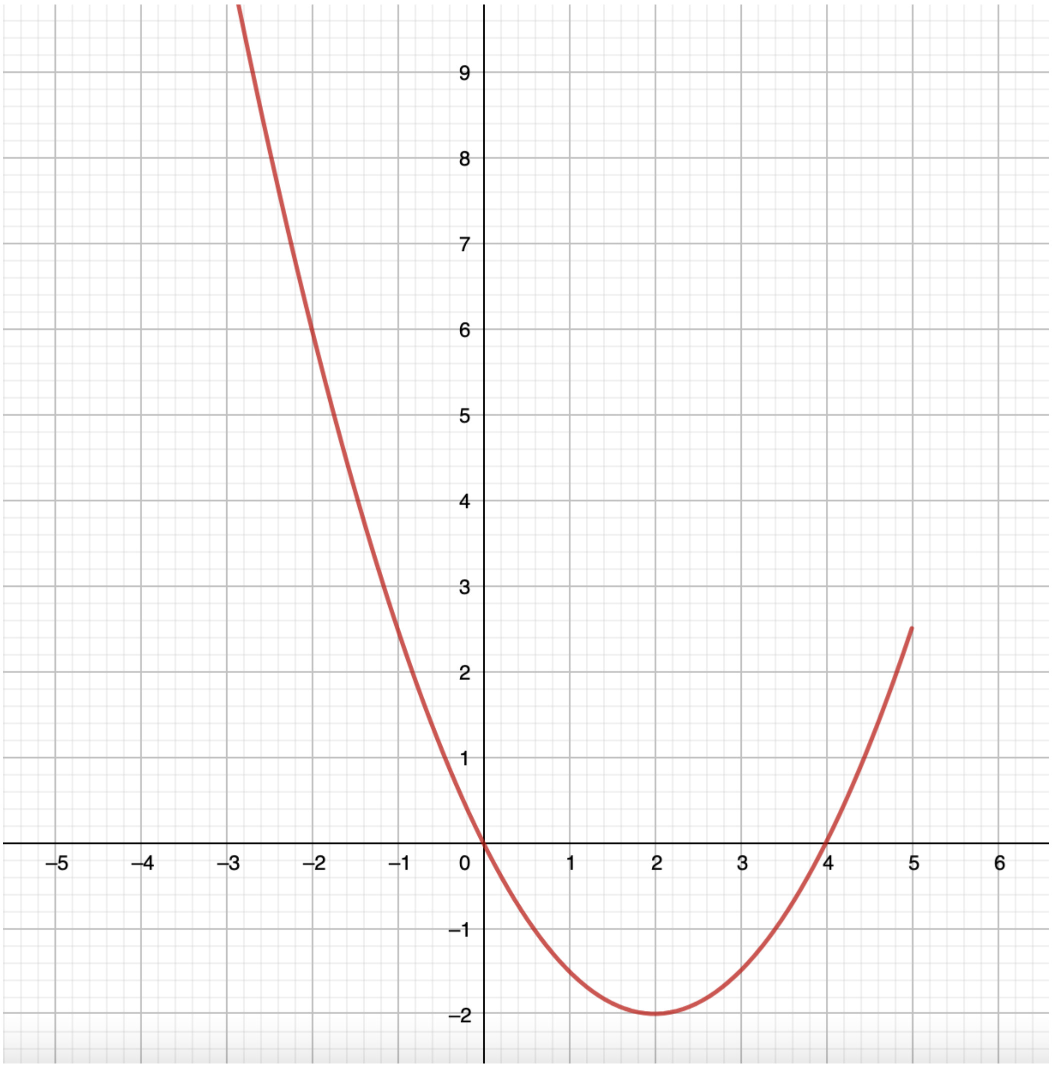
Correction de l'évaluation n°8 de mathématiques du lundi 18 janvier 2021

Exercice 1

Question 1 : La courbe représentative (C_f) de la fonction f donne :



Question 2 : Le tableau des variations de f donne :

<table>
<tr><td>x</td><td>-5</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Variations de f</td><td>$\frac{45}{2}$ ↘</td><td>-2</td><td>↗ $\frac{5}{2}$</td></tr>
</table>

Question 3 : La fonction f admet deux extremumx sur l'intervalle I. On distingue par exemple le minimum égal à -2 atteint en $x = 2$.

Exercice 2

Question 1 : Comme $g(x) = 3x^3 + \frac{2}{x}$ alors :

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x^3 + \frac{2}{x} \\ g(-2) &= 3 \times (-2)^3 + \frac{2}{-2} \\ &= 3 \times (-8) - 1 \\ &= -24 - 1 \\ &= -25 \end{aligned}$$

Ainsi, $g(-2) = -25$.

Question 2 : Calculer l'image de -1 par la fonction g revient à calculer $g(-1) = -25$:

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x^3 + \frac{2}{x} \\ g(-1) &= 3 \times (-1)^3 + \frac{2}{-1} \\ &= 3 \times (-1) - 2 \\ &= -3 - 2 \\ &= -5 \end{aligned}$$

Ainsi, $g(-1) = -5$.

Question 3 : Etudier la parité de g sur l'intervalle I revient à savoir si la fonction est paire ou impaire, ou ni l'un ni l'autre sur cet intervalle :
Commençons par vérifier si g est impaire :

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x^3 + \frac{2}{x} \\ g(-x) &= 3 \times (-x)^3 + \frac{2}{-x} \\ &= -3x - \frac{2}{x} \\ &= -\left(3x + \frac{2}{x}\right) \\ &= -g(x) \end{aligned}$$

On remarque que $g(-x) = -g(x)$. De plus, l'intervalle I est centré en 0 donc la fonction est impaire.

Question 4 : Comme la fonction est impaire sur I, la courbe (C_g) admet comme centre de symétrie, l'origine du repère.

Exercice 3

Question 1 : Le tableau de variation de h donne :

x	-2	-0.8	1.6	3
Variations de h	-2	4.1	-2.9	9

Question 2 : Avec la précision permise, lire les antécédents de 2 par la fonction h revient à lire les abscisses des points de la courbe (C_h) dont les ordonnées sont égales à 2. Ce qui donne les points $(-1,6;2)$, $(0;2)$ et $(2,6;2)$. Les antécédents sont donc -1,6 ; 0 et 2,6.

Question 3 : D'après le graphique, la courbe (C_h) ne présente ni de symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, ni de symétrie par rapport à l'origine du repère. On en déduit que h n'est ni paire, ni impaire.

Question 4 : Sur l'intervalle $[-2;2]$, h admet deux extremums :
- un mimimum : -2,9 atteint en $x = 1,6$
- un maximum : 4,1 atteint en $x = -0,9$.

Question 5 : Graphiquement les solutions de l'équation $h(x) = 0$ sont les abscisses des points de la courbe (C_h) telles que leurs ordonnées soient nulles. Ce qui donne les points $(-1,9;0)$, $(0,5;0)$ et $(2,3;0)$. Les solutions sont donc -1,9 ; 0,5 et 2,3, toujours avec la précision permise.