

Institut Saint Dominique



**MATHEMATIQUES**  
**Evaluation n°7 (D.T.L. n°3)**

**Année Scolaire 2020-2021**

**Seconde 4**

Semaine du 1 au 5 février 2021

**Objectif :** Maîtriser les connaissances sur le calcul littéral, la géométrie plane et les généralités sur les fonctions.

**Indications :** Durée : indéterminée - Calculatrice autorisée

**Compétences évaluées :** Chercher - Raisonner - Représenter - Calculer - Communiquer

### Exercice 1

On considère l'expression littérale  $(x - 2)(x^2 - 1)$ .

**Question 1a :** Développer cette expression littérale.

**Question 1b :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ .

**Question 2a :** Vérifier que pour tout nombre réel  $x$ , avec  $x \neq -2$ , on a  $x - 2 - \frac{5}{x+2} = \frac{x^2 - 9}{x+2}$ .

**Question 2b :** Résoudre l'équation  $x - 2 = \frac{5}{x+2}$

### Exercice 2

On considère deux nombres  $a$  et  $b$  ainsi que les expressions suivantes :

a)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

b)  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

c)  $(2\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

d)  $(\sqrt{2a} - \sqrt{2b})^2$

e)  $(2\sqrt{a} + 3\sqrt{b})(2\sqrt{a} - 3\sqrt{b})$

f)  $(\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$

**Question :** Développer ces expressions.

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ . On note  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

**Question 1 :** Calculer l'ordonnée du point de  $C_f$  qui a pour abscisses 3.

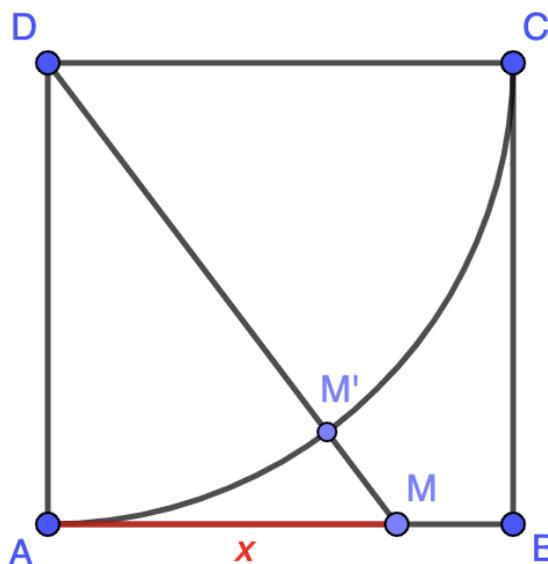
**Question 2 :** Calculer la (les) abscisse(s) du(des) point(s) de  $C_f$  qui a(ont) pour ordonnée 2.

**Question 3 :** Déterminer les coordonnées du point d'intersection de  $C_f$  avec la droite d'équation  $x = 2$ .

**Question 4 :** Calculer  $f(-1)$  puis interpréter graphiquement le résultat.

### Exercice 4

$ABCD$  est un carré de côté 4 cm.  $M$  est un point du segment  $[AB]$  et  $M'$  est le point du segment  $[DM]$  tel que  $DM' = 4$  cm.



On note  $x$  la longueur  $AM$  et  $f(x)$  la longueur  $MM'$  en cm.

**Question 1 :** A quel intervalle appartient  $x$ ? On notera  $I$  cet intervalle.

**Question 2 :** Sans déterminer son expression, dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .

**Question 3 :** Déterminer  $f(3)$ .

**Question 4 :** Dédurre des questions précédentes les valeurs de  $x$  et de  $I$  pour lesquelles  $f(x) \geq 1$ .

**Exercice 5**

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on définit  $A(x) = x^2 - 7x + 10$ .

**Question 1 :** Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R} : A(x) = (x - 2)(x - 5)$ .

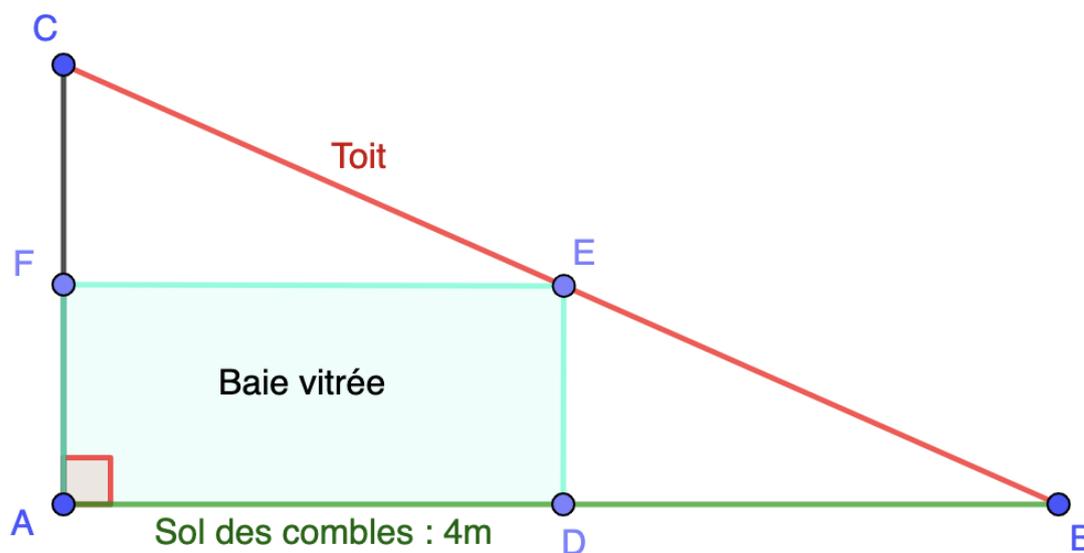
**Question 2 :** Calculer  $A\left(\frac{1}{2}\right)$  et  $A\left(\frac{4}{3}\right)$ . On admettra les résultats sous forme de fraction irréductible.

**Question 3 :** Calculer  $A(\sqrt{2})$  et  $A(3 - \sqrt{2})$ . On mettra les résultats sous forme  $a + b\sqrt{2}$  avec  $a$  et  $b$  des entiers.

**Question 4 :** Résoudre  $A(x) = 0$ .

**Exercice 6**

Cyrielle projette d'aménager les combles de sa maison en créant une ouverture rectangulaire, accolée à un mur vertical de hauteur 1,5 m et posée sur le sol des combles indiqué sur le schéma ci-dessous :



On note  $x$  la distance  $BD$ .

**Question 1 :** Préciser les valeurs possibles de  $x$ .

**Question 2a :** Exprimer  $ED$  en fonction de  $x$ .

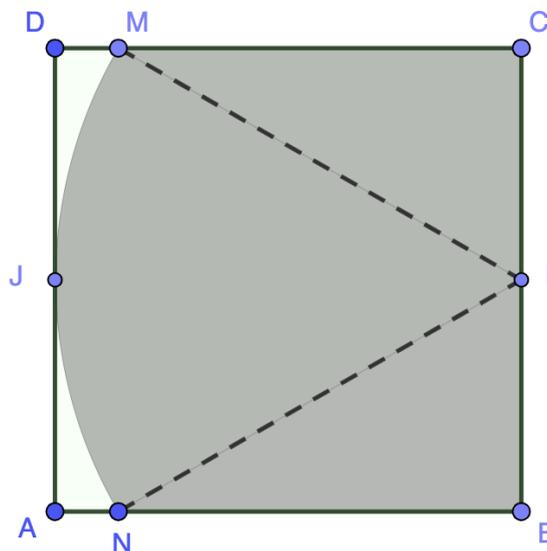
**Question 2b :** En déduire une expression de l'aire  $A(x)$ , en  $m^2$ , du rectangle  $ADEF$ , en fonction de  $x$ .

**Question 3a :** Avec un logiciel de géométrie dynamique, Cyrielle conjecture que  $A(x)$  est maximale pour  $x = 2$ . Montrer que  $A(x) - A(2) = -\frac{3(x-2)^2}{8}$ .

**Question 3b :** En déduire les dimensions de la baie vitrée apportant le maximum de lumière.

**Exercice 7**

$ABCD$  est un carré de côtés de longueur 1. On note  $I$  et  $J$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$  et  $[AD]$ . Le cercle de centre  $I$  passant par  $J$  coupe les segments  $[DC]$  et  $[AB]$  respectivement en  $M$  et  $N$ .



**Question 1 :** Calculer la valeur exacte de la longueur  $MC$ .

**Question 2 :** Démontrer que le triangle  $IMN$  est un triangle équilatéral.

**Question 3 :** Donner une mesure de l'angle  $\widehat{MIN}$ .

**Question 4 :** En déduire l'aire de la partie en gris foncé.

**Question 5 :** En déduire l'aire de la partie claire dans  $ABCD$ .