Institut Saint Dominique

Année Scolaire 2020-2021

Seconde 4

MATHEMATIQUES
Evaluation n°6

Lundi 30 novembre 2020

Objectif : Maîtriser les connaissances sur les propriétés de géométrie plane.

Indications : Durée : 50' - Calculatrice autorisée

Compétences évaluées : Chercher - Raisonner - Représenter - Calculer - Communiquer

Exercice 1

On considère un triangle ABC rectangle en B tel que $BC = 3$ cm et $\widehat{BAC} = 30°$.
On donne $\sin(30) = \frac{1}{2}$ et $\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Question 1 : Déterminer AB et AC. On exprimera les résultats sous forme fractionnaire.

Question 2 : Tracer le triangle ABC et le cercle (C) de centre C, passant par le point B. Le cercle (C) coupe la droite (AC) en D et E avec $D \in [AC]$.

Question 3 : Montrer que le triangle EDB est rectangle en B.

Question 4 : Calculer l'angle $\widehat{BCA}$ et en déduire l'angle $\widehat{BEA}$.

Question 5 : Calculer DB.

Exercice 2

On considère un triangle quelconque ABC. On note (d) la médiatrice de $[AB]$ et (d') la médiatrice de $[BC]$. Les droites (d) et (d') se coupent en O.

Question 1 : Faire une figure. On choisira les mesures judicieusement pour que la figure entre entièrement sur la copie.

Question 2 : Démontrer que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Question 3 : Justifier que le point O appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.

Exercice 3

On considère la démonstration incomplète suivante qui consiste à démontrer une propriété du cours :

ABC est un triangle rectangle en B et α est la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{BAC}$. On utilise les formules de trigonométrie :

$$\cos(\alpha) = \frac{...}{...} \qquad\qquad \sin(\alpha) = \frac{...}{...}$$

Par suite, on a :

$$\begin{aligned} \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) &= [\cos(\alpha)]^2 + [\sin(\alpha)]^2 \\ &= \left(\frac{...}{...}\right)^2 + \left(\frac{...}{...}\right)^2 \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) &= \frac{...}{AC^2} + \frac{...}{AC^2} \\ &= \frac{... + ...}{AC^2} \end{aligned}$$

Or, d'après le théorème de Pythagore, dans le triangle rectangle ABC, on a :

$$AB^2 + ... = ...$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) &= \frac{...}{AC^2} \\ &= ... \end{aligned}$$

Conclusion : $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = ...$

Question : Recopier et compléter la démonstration.

Exercice 4

On considère un cercle (C) de centre O et de diamètre $[AB]$. On place un point M sur le cercle (C) distinct des points A et B tel que le projeté orthogonal de M sur la droite (AB) soit le point O.

Question 1 : Montrer que la tangente passant par le point M est parallèle à (AB).

Question 2 : Montrer que $\widehat{OMB} = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.