Institut Saint Dominique

Année Scolaire 2020-2021

Seconde 4

MATHEMATIQUES

Evaluation n°5 (D.T.L. n°2)

Semaine du 14 au 18 décembre 2020

Objectif : Maîtriser les connaissances sur le calcul littéral, et la géométrie plane.

Indications : Durée : indéterminée - Calculatrice autorisée

Compétences évaluées : Chercher - Représenter - Calculer - Communiquer

Exercice 1

Dans cet exercice, on utilise à la manière des Babyloniens une méthode pour tracer le nombre d'or à la règle et au compas.
On considère un carré $ABCD$ de longueur a.
Soit I le milieu de $[AB]$.
Le cercle de centre I et de rayon IC coupe la droite (AB) en deux points, on notera E le point le plus proche de B.

Question 1 : Construire le rectangle $AEFD$.

Question 2 : Donner les valeurs des longueurs IB et CB.

Question 3 : En déduire la longueur IC.

Question 4 : En déduire les longueurs BE puis AE.

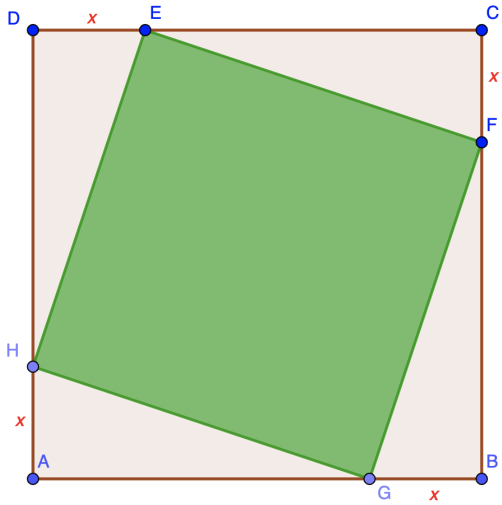
Question 5 : Démontrer que $\dfrac{AE+FE}{AE} = \dfrac{AE}{FE}$.

Question 6 : On note $\phi = \dfrac{AE}{FE}$. Le rectangle qui vérifie « le rapport $\dfrac{a}{b}$ entre deux longueurs a et b telles que le rapport de la somme $a+b$ des deux longueurs sur la plus grande a soit égal à celui de la plus grande a sur la plus petite b »est un rectangle d'or. On constate alors que $AEFD$ est un rectangle d'or. Démontrer que $BEFC$ est aussi un rectangle d'or.

Exercice 2

$ABCD$ est un carré de côté 8 mètres. On définit sur ses côtés, quatre points E, F, G et H tels que $DE = CF = BG = AH = x$ (en mètre) comme sur la figure ci-contre.

Le problème consiste à trouver la ou les valeur(s) de x telle(s) que l'aire de $EFGH$ soit égale à 32 m^2.



Question 1 : Déterminer, en mètre carré, l'aire $a(x)$ du triangle AGH en fonction de x.

Question 2 : Vérifier que $a(x)$ peut s'écrire également sous la forme $A(x) = 8 - \frac{1}{2}(x-4)^2$.

Question 3 : Résoudre le problème posé.

Exercice 3

On note $A(x) = (4x+1)^2 - (6x-11)^2$ pour tout nombre réel x.

Question 1 : Développer et réduire $A(x)$.

Question 3 : Factoriser $A(x)$.

Question 3 : Démontrer que $A(x) = -20\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + 125$.

Question 3 : Utiliser la forme la plus adaptée de $A(x)$ pour résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation :

a) $A(x) = 0$

c) $A(x) = -120$

b) $A(x) = 45$

d) $A(x) = -20x^2$

Exercice 4

On considère les six équations suivantes :

$$4\,(1-x)\,(4x+9)\,(2x+3)=0 \qquad\qquad 5x^3=2x^2$$

$$(7x-5)^2=(2x+1)^2 \qquad\qquad 10\,(x+7)\,(x-5)=3x\,(x+7)$$

$$\frac{1}{(3-2x)^2}=\frac{4}{(x+1)^2} \qquad\qquad \frac{1}{(3x+16)^2}=\frac{16}{(x+3)^2}$$

Question : Résoudre ces six équations.

Exercice 5

On considère l'équation $5x+1+2a=x-16a$ d'inconnue x.

Question : Déterminer l'unique valeur du nombre réel a tel que l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation soit $S=\{3\}$. Justifier.

Exercice 6

ABC est un triangle quelconque et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).
On pose $a=BC$, $b=AC$ et $h=AH$.

Question 1a : Calculer l'aire du triangle ABC en prenant la base $[BC]$.

Question 1b : Calculer $\sin\left(\widehat{C}\right)$.

Question 1c : En déduire que l'aire du triangle ABC peut se mettre sous la forme : $A=\dfrac{1}{2}ab\sin\left(\widehat{C}\right)$.

Question 2a : On donne $a=6$ cm , $b=8$ cm et $\widehat{C}=45^\circ$. Tracer le triangle ABC.

Question 2b : Calculer son aire à 0,01 cm^2 près.