

Institut Saint Dominique



MATHEMATIQUES

D.S.T. n°1

Année Scolaire 2020-2021

Seconde G.T.

Lundi 16 novembre 2020

Objectif : Maîtriser les connaissances sur les ensembles de nombres, le calcul littéral et ses applications

Indications : Durée : 2h - Calculatrice autorisée

Compétences évaluées : Chercher - Calculer - Communiquer

Exercice 1 (5,5 points)

On considère les expressions littérales suivantes :

$$A = 3(2x - 1)(1 - x)$$

$$B = (3 - 2x)^2$$

$$C = (1 - 7x)(1 + 7x)$$

$$D = x(2x + \sqrt{5})^2$$

Question : Développer et réduire les expressions littérales.

Exercice 2 (5 points)

On considère les expressions littérales suivantes :

$$G = (2x + 1)(x + 3) + 5(2x + 1)$$

$$H = 9x^2 - 12x + 4$$

$$K = (5x - 2)^2 - (x + 3)^2$$

$$L = 14x^3y - 21xy^2 + 14xy$$

Question : Factoriser les expressions littérales.

Exercice 3 (3 points)

On considère la série d'inéquations suivantes :

$$|x + 5| \leq \frac{1}{4}$$

$$|x + 1| \geq \frac{1}{2}$$

$$|x - 7,1| < 2$$

Question : Pour chaque inéquation, schématiser sur une droite des réels, l'ensemble des solutions.

Exercice 4 (7,5 points)

On considère les nombres suivants :

$$a = \frac{-91}{35}$$

$$b = \frac{4}{3}$$

$$c = \frac{48}{72}$$

$$d = \sqrt{48}$$

$$e = \frac{-2}{x+1}$$

Question 1 : Recopier et compléter sans justifier par les symboles \in ou \notin :

$$a \dots \mathbb{D}$$

$$b \dots \mathbb{D}$$

$$a \dots \mathbb{Q}$$

$$d \dots \mathbb{R}$$

$$c \dots \mathbb{D}$$

Question 2 : Donner la forme irréductible des nombres a et c .

Question 3 : Ecrire d sous la forme $A\sqrt{B}$ avec A un entier naturel et B un nombre premier.

Question 4 : Calculer $\frac{b}{c}$ et donner le résultat sous forme irréductible.

Question 5 : Ecrire le nombre $b - e$ sous forme d'une seule fraction. (x est un nombre réel différent de -1).

Exercice 5 (5,5 points)

On considère trois expressions A , B et C telles que $A = 2x + 3$, $B = x - 1$ et $C = x$.

Question 1 : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A = 0$.

Question 2 : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $AB = 0$.

Question 3 : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{C}{B} = \frac{A}{2C}$.

Exercice 6 (5,5 points)

On considère les expressions suivantes :

$$A = (1 - 2\sqrt{7})^2$$

$$B = (7 + \sqrt{7})(7 - \sqrt{7})$$

$$C = \sqrt{7}(3 + \sqrt{7})^2$$

$$D = (\sqrt{7} + 5)^2 - (\sqrt{7} - 5)^2$$

Question : Simplifier ces expressions sous la forme $a + b\sqrt{7}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$.

Exercice 7 (2 points)

On considère la série d'intervalles suivante :

$$I = [-10; 2]$$

$$J = [-3; 7]$$

$$U =]-\infty; 5]$$

$$V =]0; +\infty[$$

Question 1 : Déterminer sur une droite des réels, $I \cap J$ et $I \cup J$.

Question 2 : Déterminer sous forme d'un intervalle, $U \cap V$ et $U \cup V$.

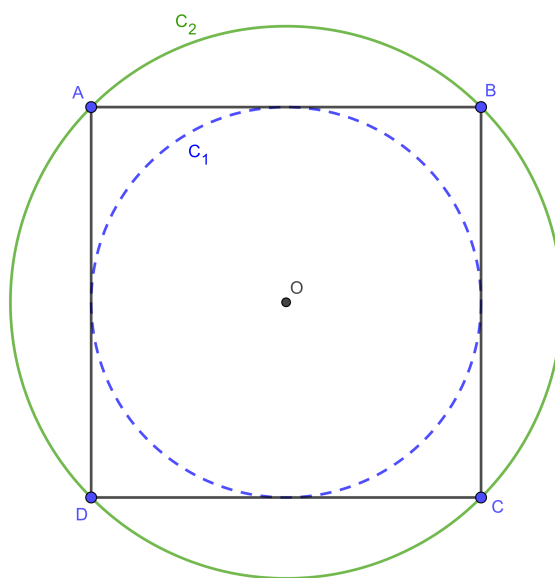
Exercice 8 (6 points)

En 1676, le danois Ole Romer étudie le satellite Io de Jupiter et découvre par hasard la valeur de la vitesse de la lumière. Aujourd'hui, cette valeur est connue par $v = 299,792458.10^3$ km/s.

Pourtant, des études archéologiques montrent que les bâtisseurs égyptiens de l'Ancien Empire connaissaient déjà cette valeur par la situation géométrique suivante :

Dans la région de Gizeh en Egypte, une des trois pyramides connues est celle du roi Khéops dont la base carrée $ABCD$ a pour longueur de côté $AB = 230,381$ m.

On considère ensuite les cercles inscrit (C_1) et circonscrit (C_2) à la base carrée comme schématisés sur la figure suivante :



Question 1 : On note R_1 et R_2 les rayons respectifs des cercles (C_1) et circonscrit (C_2). Montrer que $R_1 = 115,1905$ m et $R_2 \simeq 162,9$ m.

Question 2 : Montrer que la valeur exacte de R_1 est un décimal et que la valeur exacte de R_2 est un réel.

Question 3 : On note D , la différence entre P_2 et P_1 , les périmètres respectifs des cercles (C_2) et (C_1). Ecrire la forme factorisée de D en fonction de R_1 et R_2 .

Question 4 : Calculer D et discuter sur la possible connaissance de la vitesse de la lumière par les bâtisseurs égyptiens à cette époque.