Correction de l'évaluation de mathématiques n°14 du mardi 18 mai 2021

Exercice 1

Question 1 : Le tableau recopié et rempli donne :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $1-2x$		$+$	0	$-$		$-$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Question 2 : A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sont dans l'ensemble S tel que $S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

Exercice 2

Question : Résolvons l'inéquation $5(2x+3)-(1-x)(3+2x) > 0$:

$$\begin{aligned}
5(2x+3)-(1-x)(3+2x) &> 0\\
(2x+3)[5-(1-x)] &> 0\\
(2x+3)(5-1+x) &> 0\\
(2x+3)(4+x) &> 0
\end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto 2x+3$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 2. Comme $2 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned}
2x+3 &= 0\\
2x &= -3\\
x &= \frac{-3}{2}
\end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto x+4$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 1. Comme $1 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned}
x+4 &= 0\\
x &= -4
\end{aligned}$$

Le tableau de signe devient alors :

x	$-\infty$		-4		$\frac{-3}{2}$		$+\infty$
Signe de $2x+3$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $5(2x+3)-(1-x)(3+2x)>0$ sont dans l'ensemble S tel que $S=\left]-\infty;-4\right[\cup\left]\frac{-3}{2};+\infty\right[$.

Exercice 3

Question 1 : La courbe (C_f) est représentée en rouge car il s'agit d'une parabole, courbre représentative d'une fonction carrée. La courbe (C_g) est représentée en bleu car il s'agit d'une droite qui ne passe pas par l'origine, courbe représentative d'une fonction affine.

Question 2 : Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geqslant g(x)$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe (C_f) qui ont une ordonnée supérieure ou égale à celle des points de la courbe (C_g). Graphiquement, cela donne l'ensemble S tel que $S=\left]-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right[$.

Exercice 4

Question : Résolvons l'inéquation $\dfrac{x+1}{x-2} > 2$:

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{x-2} &> 2\\
\frac{x+1}{x-2} - 2 &> 0\\
\frac{x+1}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} &> 0\\
\frac{x+1}{x-2} - \frac{2x-4}{x-2} &> 0\\
\frac{x+1-2x+4}{x-2} &> 0\\
\frac{-x+5}{x-2} &> 0
\end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto -x+5$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est -1. Comme $-1 < 0$, la fonction est décroissante et la valeur charnière s'obtient par :

$$\begin{aligned}
-x+5 &= 0\\
-x &= -5\\
x &= 5
\end{aligned}$$

La fonction $x \longmapsto x-2$ est une fonction affine dont le coefficient directeur est 1. Comme $1 > 0$, la fonction est croissante et la valeur charnière (qui deviendra une valeur interdite) s'obtient par :

$$\begin{aligned}
x-2 &= 0\\
x &= 2
\end{aligned}$$

Le tableau de signe devient alors :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
Signe de $-x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe du quotient		$-$	||	$+$	0	$-$	

A partir du tableau, les solutions de l'inéquation $\dfrac{x+1}{x-2} > 2$ sont dans l'ensemble S tel que $S =]2;5[$.