

Institut Saint Dominique



MATHEMATIQUES
Evaluation n°10 (D.S.T. n°2)

Année Scolaire 2020-2021

Seconde 4

Mercredi 17 février 2021

Objectif : Maîtriser les connaissances sur les généralités de fonctions, la géométrie plane et les vecteurs

Indications : Durée : 2h - Calculatrice autorisée

Compétences évaluées : Chercher - Raisonner - Calculer - Communiquer

Exercice 1

Soit $f(x) = 4(x - 5)^2 - 9$, une fonction définie sur \mathbb{R} et (C_f) sa courbe représentative.

Question 1 : Développer l'expression de $f(x)$.

Question 2 : Factoriser l'expression de $f(x)$.

Question 3 : Vous disposez désormais de trois formes différentes pour l'expression de $f(x)$. Dans chaque situation suivante, choisir la forme la plus adaptée pour répondre à la question posée :

- Résoudre $f(x) = 0$.
- Calculer les coordonnées du ou des points d'intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées.
- Déterminer le ou les antécédents de -9 par f .
- Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f .

Exercice 2

On considère un triangle ABC . On place les points D, E, F et G tels que $\vec{EA} = \vec{AB} = \vec{BD}$ et tels que les segments $[AG]$ et $[BF]$ ont le même milieu C .

Question 1 : Faire une figure.

Question 2 : Démontrer que $\vec{AG} = \vec{EF}$. Que peut-on en déduire pour les droites (AG) et (EF) ?

Question 3 : Démontrer que les droites (BF) et (DG) sont parallèles.

Exercice 3

On donne le tableau des variations d'une fonction f :

x	0	2	2,5	4	4,3	5	
Variations de f	-4		-5	2	1	-1,7	-3

Question 1 : Déterminer l'ensemble de définition D de f .

Question 2 : En justifiant vos réponses, indiquer, dans chaque cas, si l'affirmation est vraie ou fausse :

$$a) f(1) < f\left(\frac{3}{2}\right) \quad b) f(2,3) < f(3,2) \quad c) f(4) > f(4,5)$$

Question 3 : Donner un encadrement le plus précis possible de $f(x)$ lorsque :

$$a) x \in [2;5] \quad b) x \in D \quad c) x \in [2,5;4,3]$$

Exercice 4

Soit un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$. C et D sont deux points appartenant à ce cercle distincts de A et de B , non diamétralement opposés et tels que les droites (AB) et (CD) ne soient pas perpendiculaires.

Soit I le milieu du segment $[CD]$.

Question 1 : Faire une figure

Question 2 : Démontrer que la droite (OI) est la médiatrice du segment $[CD]$.

Question 3 : Placer le point H projeté orthogonal du point B sur la droite (CD) et démontrer que la droite (OI) est parallèle à la droite (BH) .

Question 4 : Les droites (BH) et (AI) se coupent en E . Placer le point E , et démontrer que I est le milieu de $[AE]$.

Question 5 : Démontrer que $ACED$ est un parallélogramme.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ et (C_f) sa courbe représentative.

Question 1 : Le point $A(-1; -3)$ appartient-il à (C_f) ? Justifier.

Question 2 : Le point B d'abscisse 3 appartient à la courbe (C_f) . Quelle est son ordonnée?

Question 3 : Déterminer les coordonnées du ou des points de (C_f) d'ordonnée 3.

Question 4 : Donner l'expression de $f(x) - f(1)$, puis la factoriser.

Question 5 : En déduire le signe de $f(x) - f(1)$. Que peut-on en déduire pour la fonction f ? Justifier.

Exercice 6

Soit A, B, C et D non alignés tels que $\overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AD}$.

Question 1 : Faire une figure

Question 2 : Démontrer que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{AD}$.

Question 3 : Exprimer le vecteur \overrightarrow{BC} en fonction des vecteurs \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{AD} .

Question 4 : Que peut-on en déduire pour les points B, C et E ? Justifier.

Exercice 7

On considère les équations suivantes :

$$1) (1 + 4x)^2 + (5x - 2)(1 + 4x) = 0$$

$$2) (9x + 1)^2 - (x + 5)^2 = 0$$

Question : Résoudre dans \mathbb{R} ces deux équations.