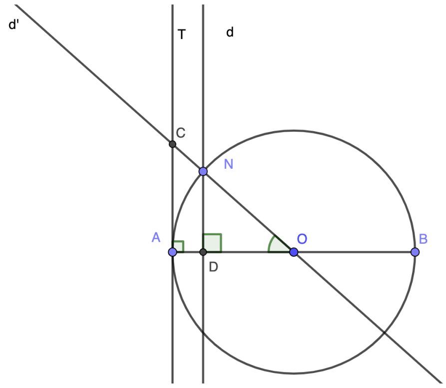
MATHEMATIQUES - 2nde Année Scolaire 2022-2023

Evaluation n°5 - *Correction* Jeudi 1 décembre 2022

Exercice

Question A1 : La figure demandée donne :



Question A2 : La droite (d) étant perpendiculaire au segment $[AB]$, alors le triangle ODN est rectangle en D.

Question A3 : Comme le triangle ODN est rectangle en D, on peut utiliser la trigonométrie :

$$\cos(x) = \frac{OD}{ON}$$
$$OD = ON \times \cos(x)$$
$$OD = R\cos(x) \text{ car le rayon du cercle est } ON = R$$

Question A4 : Comme le triangle ODN est rectangle en D, on peut utiliser la trigonométrie :

$$\sin(x) = \frac{ND}{ON}$$
$$ND = ON \times \sin(x)$$
$$ND = R\sin(x) \text{ car le rayon du cercle est } ON = R$$

Question A5 : Comme le triangle ODN est rectangle en D, on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$$OD^2 + DN^2 = ON^2$$
$$[R\cos(x)]^2 + [R\sin(x)]^2 = R^2$$
$$R^2\cos^2(x) + R^2\sin^2(x) = R^2$$
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \text{ en simplifiant par } R^2$$

Question B1 : La figure est complétée en question A1.

Question B2 : Les droites (T) et (d) sont parallèles à un même segment $[AB]$. Les droites (T) et (d) sont donc parallèles.

Question B3 : Comme les droites (T) et (d) sont parallèles, et que les droites (CN) et (AD) sont sécantes en O, on peut donc utiliser le théorème de Thalès :

$$\begin{aligned}\frac{OD}{OA} &= \frac{ND}{AC}\\ \frac{AC}{ND} &= \frac{OA}{OD}\\ AC &= \frac{OA \times ND}{OD}\\ AC &= \frac{R \times ND}{OD}\end{aligned}$$

Question B4 : On part du résultat précédent :

$$\begin{aligned}AC &= \frac{R \times ND}{OD}\\ AC &= \frac{R \times R\sin(x)}{R\cos(x)} \text{ car } ND = R\sin(x) \text{ et } OD = R\cos(x) \text{ et } x \neq 90\\ AC &= R \times \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\end{aligned}$$

Question B5 : Le triangle OAC étant rectangle en D, on peut utiliser la trigonométrie :

$$\begin{aligned}\tan(x) &= \frac{AC}{OA}\\ AC &= OA \times \tan(x)\\ AC &= R\tan(x) \text{ car le rayon du cercle est } OA = R\end{aligned}$$

Question B6 : Comme $AC = R\tan(x)$ et que $AC = R \times \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$, alors on a l'égalité :

$$\begin{aligned}R\tan(x) &= R \times \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\\ \tan(x) &= \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \text{ en simplifiant par } R \text{ et avec toujours } x \neq 90\end{aligned}$$